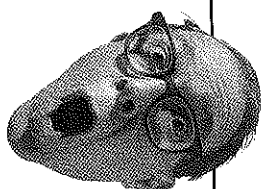
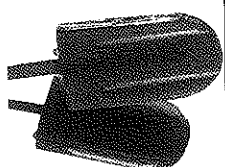


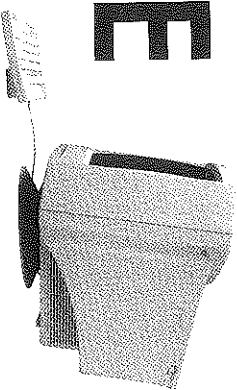
# PÓNGAME



# UN KILLO



# DE MATEMÁTICAS



Carlos Andradadas Heranz

Dirección editorial:  
Juvenia Iচিতра

Diseño: Alfonso Ruano,  
Cesar Escobar

© Ediciones SM

Joaquín Turina, 39  
28014 Madrid

ISBN:

84-348-7155-6

Deposito legal:

M-21929-2003

Preimpresión: Grafha, SL

Impreso en España /

Printed in Spain

Huertas IG, SA

Fuencabada

(Madrid)

No

esta permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo por escrito del titular del copyright.

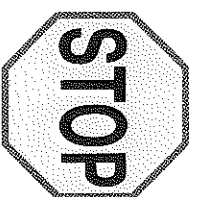
Primera edición: junio 2000  
Tercera edición: mayo 2003

esperar



# ¡PALT!

## ¡IDENTIFIQUESE!

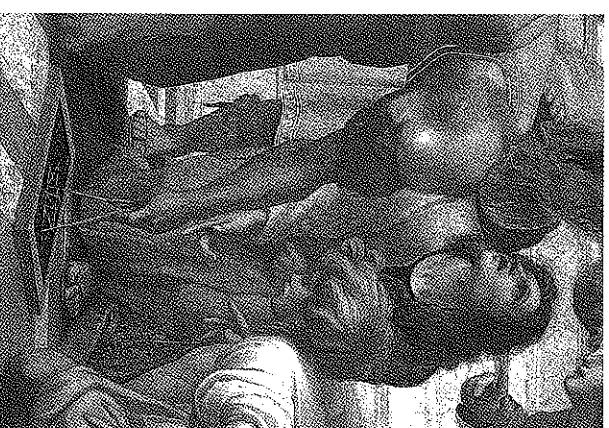


Cuando leas este libro, ninguna de estas preguntas será un misterio para ti. Pero quizá ahora algunas se te escapen.

¿Quieres probar el estado actual de tus conocimientos?

Elige en cada pregunta la respuesta que creas más acertada. Algunas pueden tener dos respuestas válidas, y otras, ninguna. *Las soluciones, en la página siguiente.*

1. "Matemática" es una palabra griega. ¿Cuál crees tú que era su significado original?
  - a) Lo que te mata.
  - b) Lo que se aprende.
  - c) Una especie de té argentino.
2. ¿Sabes de qué tratan los números de Fibonacci?
  - a) De los besos finos.
  - b) De la multiplicación de los conejos.
  - c) De la moda otoño/invierno.
3. ¿En cuántas partes se dividen las matemáticas?
  - a) En cuatro.
  - b) En seis.
  - c) En seiscientas cuarenta.
4. "Geometría" significa medida de la tierra, porque...
  - a) Los antiguos medían con tierra.
  - b) La emplearon los babilonios para medir la distancia al Sol.
  - c) La emplearon los egipcios para medir las tierras inundadas por el Nilo.
5. ¿Quién empleó por primera vez los dos puntos (:) como símbolo para la división?
  - a) Harrison Ford.
  - b) Aristóteles.
  - c) Leibniz.
6. ¿De qué crees que trata el teorema de la incompletitud de Gödel?
  - a) De lo incompleto que es todo, hija.
  - b) De cosas sublimes y maravillosas.
  - c) De afirmaciones que no se puede demostrar que sean verdaderas ni falsas.
7. ¿Qué ecuación expresa la teoría de la relatividad de Einstein?
  - a)  $E = mc^2$
  - b)  $E^2 = a^2 + b^2$
  - c)  $E = (m)^2 c$
8. ¿Por qué hay tan pocas mujeres en la historia de las matemáticas?
  - a) Porque tenían más dificultades para estudiar.
  - b) Porque las matemáticas son cosa de hombres.
  - c) Yo creo que hay demasiadas.
9. ¿Quién de estos tres nombres ha obtenido el Premio Nobel de Matemáticas?
  - a) Julio Iglesias.
  - b) Santiago Ramón y Cajal.
  - c) Magnus Enzensberger.
10. ¿Cada cuánto tiempo se organiza un Congreso Internacional de Matemáticas?
  - a) Cada cuatro años, como las Olimpiadas.
  - b) Cada año.
  - c) En los años que terminan en 0 o en 5.



## RESPUESTAS

|    |   |   |   |
|----|---|---|---|
| 1  | a | b | c |
| 2  | a | b | c |
| 3  | a | b | c |
| 4  | a | b | c |
| 5  | a | b | c |
| 6  | a | b | c |
| 7  | a | b | c |
| 8  | a | b | c |
| 9  | a | b | c |
| 10 | a | b | c |

### Explicación

1. Deriva del verbo μαρθάνω (*marthano*), que significa aprender. (Mira en la pág. 52.)

2. Es una sucesión de números en la que cada uno es la suma de los dos anteriores. (Mira en la pág. 57.)

3. En cuatro. (Mira en la pág. 63.)

4. Cada año, cuando el Nilo inundaba las orillas, había que volver a medir las tierras. (Mira en la pág. 66.)

6. Gödel demostró que no todo es demostrable. (Mira en la pág. 75.)

7. Esta fórmula dice que la energía (E) es igual a la masa multiplicada por el cuadrado de la velocidad de la luz. (Mira en la pág. 77.)

8. Prácticamente hasta nuestros días pocas mujeres eran admitidas en la Universidad, y menos aún en las ramas consideradas de "ciencias". (Mira en la pág. 84.)

9. Ninguno. No existe el Premio Nobel de Matemáticas. (Mira en la pág. 89.)

10. Cada cuatro años, desde 1932. (Mira en la pág. 103.)

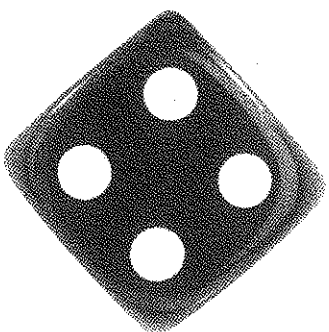
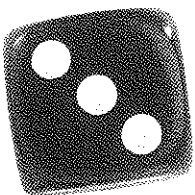
### ¿Cuántas preguntas has acertado?

De 1 a 3: Reconoce que te hace falta leer este libro... ¡Reconócelo!

De 4 a 8: Vaya, no está mal (¿cuántas has acertado de chiri-pa?). Suficiente como para que te interese leer este libro.

9 o 10: ¡Bravo! Por fortuna, este libro tiene muchas más cosas que

# ¿Qué te juega



Saber sirve, entre otras cosas para divertirse. Aquí tienes esos juegos para que desafíes a tu inteligencia o simplemente, que los interchanges mientras vas leyendo el libro. Les hemos dado una puntuación según su dificultad. ¡A POR ELLOS!

# ¿ES DE LÓROS ?

Estas dos parrillas de números parecen iguales, pero si te estrujas un poco las meninges descubrirás que entre ellas hoy 10 diferencias, o sea, diez números que cambian de uno a otro. ¿Sabes de qué números se trata? ¡Suerte!



|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 9 | 0 | 4 | 3 | 8 | 1 | 4 | 8 |
| 5 | 7 | 6 | 3 | 8 | 0 | 3 | 5 | 5 | 5 |
| 4 | 8 | 0 | 1 | 1 | 9 | 5 | 3 | 2 | 9 |
| 2 | 0 | 8 | 0 | 5 | 7 | 2 | 0 | 7 | 7 |
| 0 | 0 | 3 | 6 | 9 | 2 | 9 | 3 | 4 | 3 |
| 7 | 1 | 2 | 8 | 0 | 6 | 5 | 7 | 2 | 1 |
| 9 | 9 | 8 | 5 | 3 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 7 | 4 | 7 | 2 | 1 | 0 | 6 | 6 | 7 |
| 9 | 2 | 3 | 6 | 8 | 4 | 5 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | 7 | 1 | 8 | 6 | 3 | 7 | 7 | 5 | 1 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 3 | 8 | 8 | 2 |

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 9 | 0 | 4 | 3 | 8 | 1 | 4 | 8 |
| 5 | 7 | 6 | 3 | 1 | 0 | 3 | 5 | 5 | 2 |
| 4 | 8 | 0 | 1 | 9 | 5 | 3 | 2 | 9 | 6 |
| 2 | 0 | 8 | 0 | 5 | 7 | 2 | 0 | 7 | 7 |
| 0 | 0 | 3 | 6 | 9 | 2 | 9 | 3 | 4 | 3 |
| 7 | 6 | 2 | 8 | 0 | 5 | 5 | 7 | 2 | 1 |
| 9 | 9 | 6 | 5 | 3 | 3 | 2 | 9 | 9 | 1 |
| 8 | 7 | 4 | 7 | 2 | 0 | 0 | 6 | 6 | 7 |
| 9 | 2 | 3 | 6 | 8 | 4 | 5 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | 7 | 1 | 6 | 8 | 3 | 7 | 7 | 5 | 1 |
| 2 | 5 | 4 | 5 | 6 | 7 | 3 | 8 | 8 | 2 |

# ¿A quién se le ocurre?

Aprovechando que ya los tenemos ahí, ¿eres capaz de encontrar en la rejilla de números anterior (en la segunda) estas sucesiones de números? (se lee de izquierda a derecha, y viceversa; de arriba abajo, y viceversa, y también en diagonal):

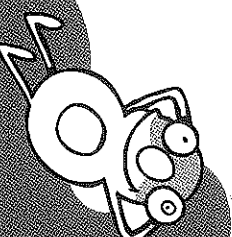
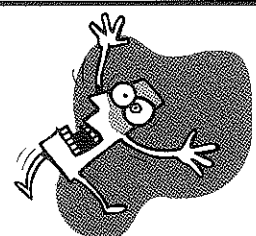
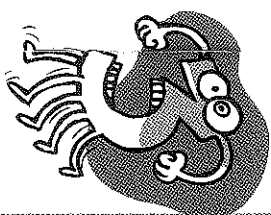


|      |        |
|------|--------|
| 192  | 0438   |
| 1806 | 775    |
| 6496 | 30864  |
| 0528 | 923591 |

# SOPITA DE LETRAS (QUE SON NÚMEROS)

Una facilita: que encuentres en esta sopa (que se lee en todos los sentidos, también en diagonal) los nombres de los 10 primeros cifras (del cero al nueve).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | U | A | T | R | M | D | O | X | Z |
| Z | U | A | T | R | O | S | C | A | D |
| O | C | H | I | R | E | S | H | I | M |
| C | E | Z | E | I | D | S | O | D | I |
| H | O | C | S | N | U | N | R | O | L |
| Z | D | O | M | C | U | E | T | R | E |
| E | C | R | T | E | O | T | A | T | E |
| I | U | C | Z | E | V | E | U | N | D |
| M | I | S | O | C | N | I | C | X | I |
| I | L | H | I | H | Z | S | I | E | T |



# Y SOPITA DE NÚMEROS

2 puntos

(QUE SON LETRAS)

|    |    |   |    |   |    |    |    |    |    |   |    |   |    |
|----|----|---|----|---|----|----|----|----|----|---|----|---|----|
| 14 | 11 | 8 | 11 | 8 | 11 | 14 | 6  | 11 | 9  | 2 | 13 | 5 | 14 |
| 12 | 16 | 5 | 4  | 5 | 10 | 5  | 10 | 15 | 13 | 1 | 13 |   |    |
| 5  | 10 | 8 | 1  | 3 | 1  | 14 | 1  | 4  | 5  | 8 | 1  |   |    |
| 14 | 1  | 2 | 7  | 4 | 16 | 13 | 7  | 1  |    |   |    |   |    |

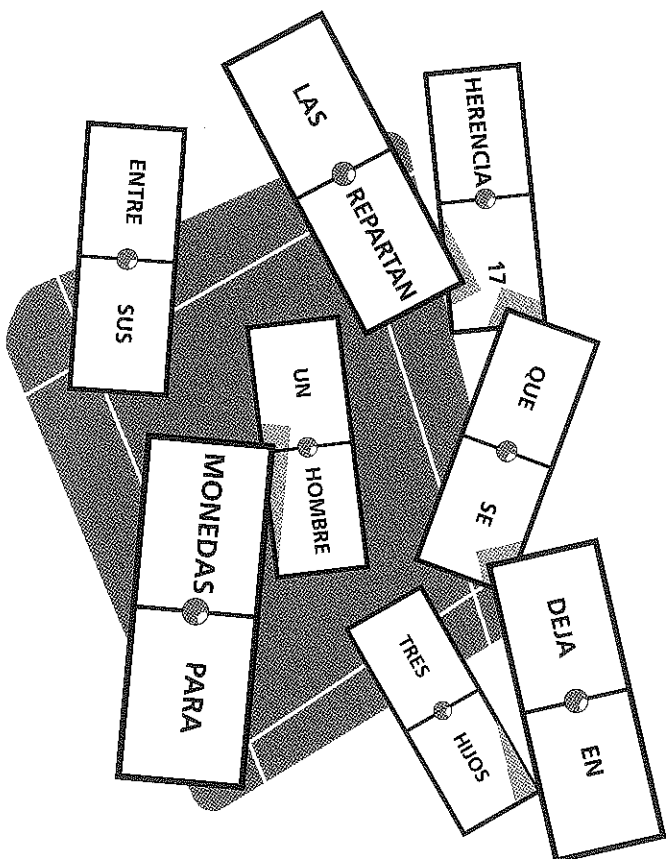
|   |   |   |    |   |    |
|---|---|---|----|---|----|
| A | 1 | H | 6  | P | 12 |
| B | 2 | I | 7  | R | 13 |
| C | 3 | M | 9  | S | 14 |
| D | 4 | N | 10 | T | 15 |
| E | 5 | O | 11 | U | 16 |

Ahora es al revés: a cada número corresponde una letra (sus equivalencias están en la tabla, excepto el 8, pero ¡es tan fácil!). Si los sustituyes, podrás leer una frase que, en el relato, le dice su madre a la protagonista.

# ¡DOMINÓ!

1 punto

Combinando estas fichas como si fuera un dominó, podrás leer una frase que sale en el relato de El misterio del cuadrado mágico.



# 3 puntos

## Ni sobra... ni falta

Todos estos letras, ni una más, ni una menos, te sirven para formar cinco nombres de mujer y cinco nombres de hombre. (Los letras en negrita son las iniciales de cada nombre.)  
(Ningún nombre tiene más de 6 letras.)

*Nombres de mujer*

A A A A A A A A - C C - E - F - I I I - L - M M - N N -

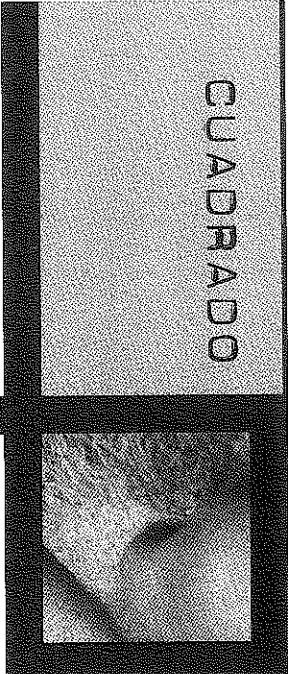
O - R R - S - U

*Nombres de hombre*

A - D - E E E E - G G - I I - J - L L L - M - N - N - O

O - P - R - R - S S - U U

# CUADRADO



1 punto

¿En qué página de este libro aparece la foto de la que hemos tomado este pedacito?

# Fill the blanks

¿Qué números hoy que poner en los cuadrados que tienen un punto interrogativo para que se cumplan todas las sumas finales?

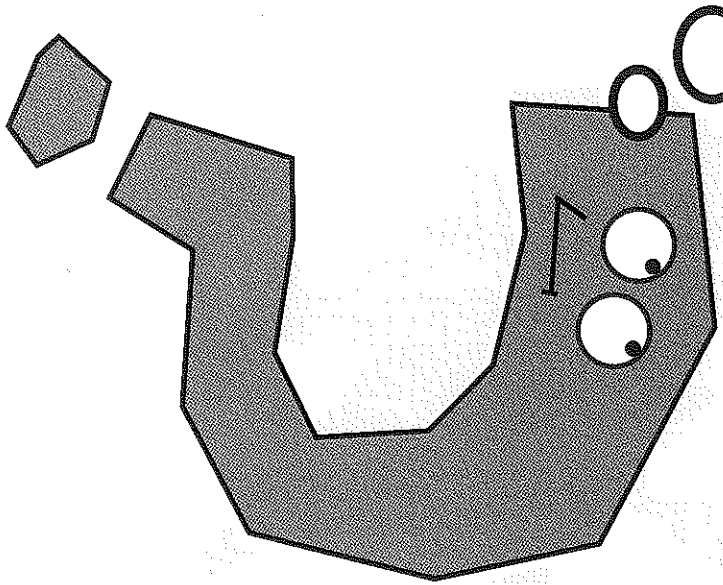
4 puntos

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 9  | 9  | 9  | ?  | ?  |
| ?  | 9  | ?  | 0  | 17 |
| 8  | ?  | ?  | ?  | 16 |
| ?  | ?  | 3  | 8  | 15 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 82 |

# acertijo

2 puntos

En este mundo al revés,  
 “No es un número”,  
 me dices;  
 y yo te digo: “Sí es”.  
 ¿qué número es?



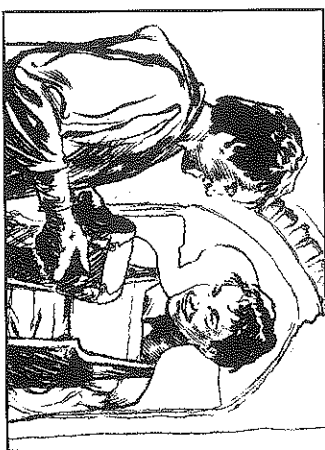
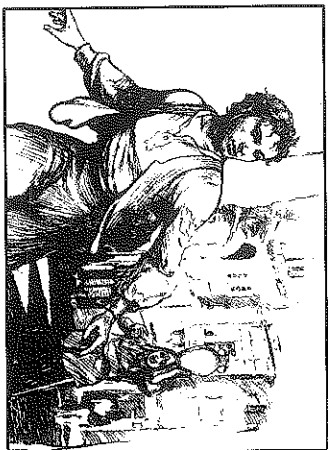
La peli



# El misterio del cuadrado mágico

Texto de Pierdomenico Baccalario

Ilustraciones de Carlos Puerta



Num (N'um) es un nombre árabe; significa "prosperidad".

La Casa de la Sabiduría (Bait al-hikma) fue fundada en Bagdad durante el califato de al-Mannun (809-833). En ella se dieron cita los más importantes sabios sirios, iraníes y de Mesopotamia.



—Ahora tengo que irme. Oumagin —dijo Num, despidiéndose de su amigo a la salida de la Casa de la Sabiduría, en Bagdad. Sin volver la vista atrás, tomó el camino de tierra y desapareció por las callejuelas de la ciudad. ¡Era tardísimo! Corrió a toda prisa entre las casas pintadas de blanco, rogando al cielo que su padre no hubiese vuelto aún a casa. La Casa de la Sabiduría estaba más de un cuarto de hora de donde vivían. Suspiró, al pensar en su madre, que, seguramente, estaría también enfadada: y a ella, ¿qué le iba a contar?



—No es fácil salirse de clase si los maestros siguen...

De acuerdo: le diría eso. Y seguro que ella lo comprendería.

Num aceleró. Saltó por encima de un carrito lleno de dátiles y, al caer del otro lado, casi se dio de bruces con una mujer que llevaba un cántaro sobre la cabeza.

—Perdón, señora —dijo, sin dejar de correr.

—¡Gamborro, a ver si miras por dónde vas! —le imprecó la señora, agitando su único brazo libre.

Num sonrió: desde que se había cortado el pelo tan corto, todos la tomaban por un chico.

Finalmente llegó a su casa. Se paró antes de entrar. Miró a su alrededor y se alegró: en el patio no había ningún caballo, señal de que su padre aún no había regresado. Empujó el portal de latón sin hacer ruido y entró en el jardín. Nadie. Entonces aceleró el paso: cruzó entre los chorros de la fuentejilla de agua, saltó los dos escalones de la entrada y...

—¡Num! —la voz de su madre, sentada en el recibidor. Llegó hasta ella—. ¿Sabes qué hora es?

Num, por el sobresalto, tropezó y cayó patas arriba sobre el suelo de mármol. Por un instante se quedó allí inmóvil, mirando al techo. Luego se sentó en el suelo, pasándose la mano por los cabellos cortísimos.

—¡Qué golpe! —se lamentó.

A su madre le vinieron ganas de echarse a reír, pero se contuvo y se fingió preocupada.

—¡Num! —le reprochó, mirándola directamente a los ojos—. ¿Has estado otra vez en la Casa, verdad?

—Mamá, yo...

—Comnigo no, Num.

Num se limitó a bajar la mirada. La mujer se sentó en el suelo, delante de ella; tomó sus manos y trató, por enésima vez, de convencerla.

—No es lugar para las niñas, Num. Sólo los hombres pueden... pueden entrar en la Casa de la Sabiduría. ¿Cuántas veces te lo tengo que decir? Por qué no serás como las demás niñas y...

En matemáticas, la letra ene se emplea para referirse a un número indeterminado de veces (generalmente, muchas). De ahí viene "enésimo".



—Pero, mamá—empezó a contar Numa, sintiendo que los ojos se le humedecían—, hoy el maestro nos ha puesto un problema interesantísimo: figúrate que un hombre deja en herencia 17 monedas para que se las repartan entre sus tres hijos. Éstos acuden al gran maestro para que les ayude a dividirlos... —de pronto, se interrumpió: había oído el relincho de un caballo. Abrió mucho los ojos—: ¡Es papá! —dijo, y se miró a sí misma: estaba toda sudada, llena de polvo...

—Ve a cambiarte —le aconsejó su madre, ayudándola a levantarse—. De tu padre ya me ocupó yo.

La muchacha desapareció entre los cuartos de la casa, veloz como un gato.

### Intermedio

¿Serías capaz de resolver el problema de la herencia de las 17 monedas, sabiendo que el padre quería que el primogénito tuviera la mitad, el segundo un tercio y el último una novena parte?  
Si no, mira al final del capítulo 4.



La ciudad de Bagdad (nombre que en árabe significa "Regalo de Dios", Bag-dad), está edificada en la confluencia de tres ríos. En un principio, su fundador, al-Mansur, la había llamado Medinat as-Salam, o "Ciudad de la Paz". Tenía forma circular, y una muralla con 360 torres.

A Numa le gustaba hacerse pasar por un muchacho para poder asistir a la Casa de la Sabiduría de Bagdad. Es verdad que la entrada a las mujeres no había sido nunca explícitamente prohibida por ninguna ley, pero era sólo porque a nadie se le había ocurrido que una niña pudiera estar interesada en asistir a las lecciones de los maestros. Desde la fundación de la Casa, doscientos años antes, las lecciones y los estudios habían sido siempre una prerrogativa de los hombres. Las mujeres tenían otras cosas de las que ocuparse. Y de hecho todas, con la excepción de Numa, preferían sus tareas ordinarias a las extrañas cosas que se discu-

rían dentro de aquel gran palacio compuesto de torres, jardines, salones llenos de pergaminos, tabillas de madera e instrumentos para contar.....

En la Casa de la Sabiduría, los mejores maestros de todo el mundo enseñaban a sus discípulos la aritmética que venía de Oriente y la geometría de Occidente. Se trataba de una ciencia mágica, inventada dos siglos antes, justamente en esta Casa del Saber de Bagdad, por el mayor maestro de todos los tiempos, al-Khowarizmi, a quien ahora, después de doscientos años, todos los estudiantes llamaban, simplemente, Algoritmi.

Sus problemas y sus soluciones eran maravillosos y fascinantes, y su libro era lo más precioso que jamás había escrito un hombre de ciencia. Para los estudiantes, Algoritmi se había convertido en una especie de divinidad.

La Casa era grande, pero acogedora. Muchos estudiantes, como Qumagín, el amigo de Numa (y también, por cierto, el antipático Tagio), vivían allí como internos, porque sus familias no residían en Bagdad. Otros iban sólo para las lecciones, y luego se volvían a sus casas. Lo que nadie había osado, hasta el momento, era hacer lo que Numa estaba haciendo.

Yes que Numa tenía un enorme interés en las matemáticas: se dedicaba a dibujar triángulos en la tierra de su patio, y había aprendido, por su cuenta, todos los signos numéricos. Viéndola tan dotada para aquella materia, su madre había consultado a algunos maestros de la Casa.

—¡Cuándo se ha visto que una niña aprenda matemáticas! —habían respondido ellos, escandalizados.

Pero cuando ella transmitió esa opinión a su hija, Numa le propuso una solución:

—¿Y si me hiciera pasar por un muchacho? Estoy segura de que si me corto el pelo como los chicos, nadie se dará cuenta...

El instrumento de contar más famoso es el abaco, que nació en China con el nombre de suan phan. Abq en árabe significa "polvo", tal vez porque los primeros cálculos se hacían directamente sobre la tierra.

Los números "árabes" que nosotros utilizamos son, en realidad, de origen indio, y adquirieron la forma en que los conocemos hoy en el siglo XV. Hasta entonces, el 3, el 4 y el 5 eran un poco diferentes. Todavía en tiempos de Colón se empleaban más los números romanos que los nuestros.

Tanto había insistido que su madre, al final, la había dejado que lo intentase. Naturalmente, sin decir nada al padre. Luego, y durante el tiempo que permanecía en casa, Num, como otras niñas, se cubría la cabeza con un pañuelo.

Era su pequeño secreto. Un secreto bastante arriesgado.



Al día siguiente, Num volvió a la Casa de la Sabiduría. Entró e inmediatamente buscó el patio interior en el que tendría lugar la lección del grupo al que ella pertenecía. Había pasado toda la tarde anterior dándole vueltas al problema de las 17 monedas... pero no había llegado a ninguna solución. Iba todavía caminando por uno de los corredores, cuando le pareció oír una voz que la llamaba.

—¡Pssst! ¡Num...! ¡Num!...! ¡NUM!

—¡Qumagin! —exclamó, viendo a su amigo que salía de una habitación—. ¿Qué hacías ahí dentro?

—¡He descubierto una cosa! —le confió él, haciéndole un gesto para que se acercase.

—¿Descubierto? ¿Qué has descubierto?

—¡Calla, no grites! —le indicó Qumagin, notando que algunos muchachos se habían parado a observarlos—. ¿Qué miráis? —dijo, dirigiéndose al más antipático de ellos, el tal Tagio, uno que se vanagloriaba siempre de ser el más listo de todos—. ¿Qué miras tú?

Con una expresión de fastidio, Tagio siguió su camino.

—Vamos, dime, ¿qué es lo que has descubierto? —quiso saber Num, después de que ambos se hubieron apartado a un rincón.

—¡Es algo increíble, increíble de verdad! Un verdadero misterio...

—¡Vamos, suéltalo!

—Bueno: tiene que ver con el gran maestro —empezó a contar Qumagin, mirando a Num fijamente a los ojos—. Con el gran maestro Algoritmi en persona... y con toda esta Casa.

Num abrió los ojos de par en par, mientras un escalofrío le recorría la espalda. ¡Se oían tantas leyendas sobre la Casa de la Sabiduría! Leyendas que decían, por ejemplo, que, cuando Algoritmi había hecho los planos de aquella casa, había incluido alcobas secretas, mazmorras subterráneas y torres con almenas a las que no se podía llegar. Había quien afirmaba que algunas de las ventanas que daban al gran patio central no pertenecían a ninguna habitación conocida... Otros hablaban de largos pasajes secretos que recorrían los sótanos... Todas esas creencias circulaban sobre todo entre los alumnos más antiguos de la Casa. Desde luego, aquél era un lugar misterioso y mágico.

—¿Estás asustado? —indagó Qumagin, viendo que Num permanecía en silencio (también él, aunque estaba al tanto de todo, se dirigía a ella como si fuera un chico).

—No, pero dime de una vez de qué se trata...

—No ahora. Luego —dijo él, bruscamente—. Nos vemos después de la comida, en el patio del pozo. ¿Sabes cuál es? Num afirmó, defraudada. El patio del pozo era uno de los lugares más famosos de la casa..., y también uno de los más misteriosos.

—Hasta luego, entonces —gritó Qumagin, desapareciendo deprisa.

—Hasta luego... —respondió Num.

### Intermedio

¿Por qué Qumagin no hubiera podido decir nunca a Num:

"Si estás asustado, no me sigas"?

...quincsmw ue erdwmeis ojqpy el 'cojyc aun se anb eqps anbuuno 'anbrod

Alcobas,  
mazmorras y  
almenas son  
algunas de las  
muchísimas  
palabras de  
origen árabe  
que tenemos  
en castellano.



Num fue la última en llegar a la lección. Cuando vio quién era el maestro de aquel día, intentó sentarse sin hacerse notar: era Malacruna, el maestro malvado. Era muy alto, con una barbita en punta y los ojos malignos, e iba siempre vestido de negro. Malacruna era, sin duda, el más odiado de todos los maestros. Más de una vez había echado de la Casa a algún estudiante

sólo por el hecho de que le caía antipático. Con Malacruna había que estar siempre en silencio y, si te interrogaba, tenías que responder exagerando las muestras de respeto y de sumisión.



Al ver que llegaba con retraso, Malacruna se dirigió directamente a ella.

—¡Vaya, uno que llega tarde! Vuestro compañero...

—Num, honorable maestro —dijo Num, sentándose en el suelo, en la última fila.

—Num... —repitió el maestro, paseando nerviosamente delante de sus alumnos—. Y bien, Num: creo que ayer os pusieron un problema para resolver..., ¿no?

—Yo...

—¿Tú, qué?

—Yo... lo he estudiado, honorable maestro, pero...

—Pero ¿qué?

—No he dado con la solución.

Malacruna sonrió maliciosamente. Justo entonces, en la primera fila, Tagio levantaba la mano.

—Dime, Tagio.

—Yo sé la solución, maestro —dijo el chico, volviéndose a mirar a Num con aire petulante.

Num bajó los ojos.

Toda la lección de aquel día fue difficilísima.

### Intermedio

Tagio resolvió así el problema de las 17 monedas: el maestro pone una moneda más, con lo cual las monedas son 18, que es un número mucho más divisible: el primogénito recibe ahora 9 (la mitad); el segundo, 6 (un tercio), y el último, 2 (una novena parte de 18).  $9+6+2$  hacen 17. Hasta 18 sobra una, que es la que ha puesto el maestro, y que ahora recupera. ¿Crees que está bien resuelto?



En los mercados de Oriente circulaban monedas muy distintas, y había que saber cómo cambiarlas. Los árabes, por ejemplo, tenían hasta tres dinares distintos: el dirham bagdí (en Persia); el dirham rumí (en Bizancio) y el dirham tabarí (en Asia central).

La comida se servía más o menos hacia la hora de mediodía. Al terminar. Num se dirigió al patio del pozo, a su cita con Qumagin. Cuando llegó, éste estaba ya allí, y la esperaba sonriente. Qumagin era hijo de un mercader ambulante y había ido a la Casa de la Sabiduría llevado por uno de los maestros, que había visto, en el mercado de Bagdad, con qué facilidad era capaz de hacer los cálculos para transformar un dinar de oro en monedas de bronce y de plata.



—Ven, mira... —dijo Qumagin, después de saludarla. Llevó a la muchacha delante del pozo que daba nombre al patio. Num lo conocía bien: más de cien años antes, el maestro Algoritmi, en ese mismo sitio, había resuelto allí un problema de geometría, sirviéndose de una caña de bambú que sobresalía del agua.

Qumagin leyó en voz alta una placa que, en la base del pozo, recordaba aquel acontecimiento. La placa contenía un dibujo y muchos números.

—¿Has oído lo que acabo de leer? —le preguntó después. La muchacha asintió. Qumagin entonces sonrió: —Pues está equivocado.

—¿Qué quiere decir que está equivocado?

—Eso, equivocado..., y a posta.

—No te entiendo...

—He descubierto un misterio, Num, un misterio que el gran maestro nos dejó para que resolviésemos.

Num lo miraba estupefacta.

—¿Eres capaz de guardarme un secreto? ¿Un secreto increíble?

Ella asintió de nuevo.

—Tienes que decir "lo juro".

—Lo juro.

Qumagin entonces miró con cautela a su alrededor, se aproximó aún más y enseñó a la chica un cofre de madera que hasta ese momento había tenido escondido bajo su túnica. Lo abrió: dentro había un pergamino y una llave dorada. Num la miró fascinada.

—¡Qué hermosa llave, y parece muy antigua!

—Ayer por la tarde, cuando tú ya te habías ido, vine a este patio y volví a hacer por enésima vez los cálculos de esta placa. Luego volví a repasar el problema que Algoritmi

había resuelto aquí en el pozo, sirviéndose de una caña de bambú...

—Sí, eso ya lo sé.

*La braza es una medida marítima. Equivale a algo más de metro y medio.*

—Bueno, pues, al repetirlo, descubrí que en realidad el pozo tiene una profundidad de cinco brazas, mientras que aquí —continuó, señalando la placa— se dice que tiene sólo una braza. ¿Cómo es posible?

—Puede ser que quien escribió la placa se equivocase...

—respondió Num, a quien le gustaban las respuestas prácticas.

—No, no creo que fuera eso. Y, desde luego, no aquí, en la Casa de la Sabiduría. Entonces sospeché que tal vez se tratase de un truco... un truco puesto a posta por el propio Algoritmi. Y resulta que estaba en lo cierto, porque mira lo que he encontrado —e indicó de nuevo el cofrecito—. Más tarde, anoche, cuando ya todos dormían, volví aquí y me metí en el pozo...

Num sintió un escalofrío, pensando en la noche fría y en el agua helada, pero Qumagín continuó:

—Descendí hasta la profundidad de una braza, y me puse a tantear el pozo, buscando algo, qué se yo... un mensaje, una frase... Al final noté que había una piedra grande distinta de las otras... Estaba todo oscuro y no se veía nada. Pero apreté con fuerza la piedra... y la piedra se movió.

—¡No!

—Como te lo digo. Detrás había un paquete envuelto en tela y recubierto de pez para que el agua no penetrase. Lo tomé. Volví a salir a la superficie a toda prisa, corrí a mi cuarto para ver de qué se trataba...

—¿Y era esto?

Qumagín asintió.

—¿No te ha visto nadie? —preguntó Num, poniendo su mano sobre el cofre.

—No. Estuve muy atento. Ten, lee —añadió, dándole el pergamino.

A Num le temblaban las manos, pero aun así desenrolló el pergamino y leyó:

*Ahora en la habitación podrás entrar;  
pero, recuerda: para resolver el cuadrado  
con un amigo y medio tendrás que contar.*

Al-Khowarizmi.

—¡Oh, Dios mío! Es un escrito de su puño y letra... Pero ¿qué significa?

La cara de Qumagín reflejaba satisfacción.

—Ése es el segundo enigma, el que tengo que resolver después del del pozo. Y espero que tú me ayudes. ¿Has visto lo que dice? Tengo que contar con un amigo.

—Con un amigo... y medio —le corrigió Num.

—Sí, eso. Lo de "medio" no sé a qué se refiere; pero si tú me ayudas...

—¿No crees que deberíamos decirselo a los maestros? Ellos deberían saber...

—¡No! —protestó el chico, atrayendo hacia sí el cofre—. Nadie lo tiene que saber. Lo has jurado. Quiero ser yo quien resolviera este misterio.

—Pero, Qumagín, tú solo no vas a poder. Algoritmi era... era...

—¿Qué era, un gran sabio? ¿Y qué? ¡Tampoco nadie hasta ahora se había dado cuenta del error del pozo! ¡Nadie sabe de la existencia de esta llave! Es cosa nuestra. ¿Entiendes? Piensa en lo que podemos encontrar si somos capaces de dar con la solución.

—¿Un tesoro?

—Quizá. Un tesoro gigantesco...

—Quizá...

En ese momento, desde uno de los corredores llegó un ruido. Los dos chicos callaron.

—¿Quién va?—gritó Qumagin—. ¿Quién anda ahí?

Quienquiera que fuera desapareció corriendo a todo correr.

Num y Qumagin se miraron: ¡alguien había estado espíandolos!

### Intermedio

El problema de la caña de bambú es uno de los casi 250 problemas contenidos en el libro chino *Chi-chang suan-shu*. Dice así:

*En la mitad de un estanque cuadrado de 10 pies de lado, crece una caña que, desde el fondo, llega a la superficie y la supera en un pie.*

*Si se inclina la caña, ésta llega a tocar justo con la punta en la mitad de un lado del estanque. ¿Qué profundidad tiene el estanque?*

*Si la solución se te resiste, mira al final del capítulo 11.*



Al día siguiente, antes de las lecciones, los dos muchachos volvieron a encontrarse. Ninguno de los dos había notado nada extraño, así que acabaron pensando que quizá aquel ruido había sido sólo imaginación suya.

Pero, por seguridad, durante la comida se sentaron uno lejos del otro. Como de pasada, para no levantar sospechas, aprovecharon para hacer algunas preguntas: ¿Alguien sabía algo sobre los secretos del gran maestro? ¿Qué cosas pensaban que se podrían abrir con una llave de oro?...

Los otros chicos respondieron con toda clase de teorías. Todos parecían conocer un montón de historias: uno dijo que el fantasma de Algoritmi recorría de noche la Casa de

La Sabiduría; otro, que no había muerto aún, sino que habitaba en la torre más alta, donde permanecería hasta el día en que lograra resolver un difícilísimo problema; otro aseguró saber que en las mazmorras de la Casa estaba escondido un magnífico tesoro, dentro de una estancia mágica custodiada por un demonio... Un cuarto contaba que Algoritmi había dejado un libro secreto, que contenía el problema más difícil del mundo...

—Pero ¿qué querrá decir eso de contar con un amigo y medio?—se seguía preguntando Num aquella noche, en su cuarto, mirando el cielo azul de su dormitorio.

### Intermedio

Según tú, ¿qué quiere decir “un amigo y medio”? Te proponemos tres soluciones (no quiere decir que ninguna sea la verdadera).

“Un amigo y medio” significa:

- Un amigo mujer (porque los árabes de entonces tenían poca consideración por las mujeres).
- Uno que lo parece, pero que no es un verdadero amigo (como Tagio).
- Un amigo que no es una persona.



Pasaron tres días difíciles. Por una extraña coincidencia, Num tuvo todos esos días lección con Malaeruna, quien no desaprovechaba la ocasión para atormentarla. Y siempre, cada vez que ella se equivocaba en una respuesta, allí estaba la mano alzada de Tagio, dispuesto a lucirse a su costa delante del maestro.

Al cuarto día, Malaeruna llevó a los alumnos a visitar algunas de las habitaciones más antiguas de la Casa de la Sabiduría.

En las mil y una noches, el libro que recoge muchísimas historias orientales, es frecuente el tema de un tesoro escondido y custodiado por un demonio o un genio.

Mientras en Occidente había pocas bibliotecas, y sólo en los monasterios, en Oriente eran grandes bibliotecas: en la Casa de la Sabiduría de Bagdad se decía que había tantos libros como en la más famosa de las de la antigüedad: la de Alejandria, en Egipto (probablemente e destruida por los propios árabes en su conquista, el año 641).

Fue muy emocionante. Num aprovechó para escuchar todas las explicaciones del maestro, intentando obtener alguna información que le fuera útil. También visitaron las habitaciones de Algoritmi, incluyendo su dormitorio y su biblioteca particular. Fue precisamente allí donde Malacruna explicó, atrayendo inmediatamente la atención de los chicos:

—Detrás de esta puerta está la cámara secreta de Algoritmi, donde, según la leyenda, el gran maestro escondió sus últimos descubrimientos. Como veis—añadió, golpeando con los nudillos la pesada puerta de madera negra—, la puerta es pesadísima. Y ha permanecido cerrada desde el día en que el maestro murió. ¡Casi doscientos años!

—¿Eso quiere decir que nunca se ha vuelto a abrir?—preguntó Num.

—Así es. De modo que, en realidad, nadie sabe qué puede haber al otro lado. Y ahora os voy a enseñar...

Num se quedó inmóvil delante de la puerta. Estaba segura de que la llave de oro que Qumagin había encontrado en el pozo debía encajar perfectamente dentro de su cerradura.

Y no veía el momento de correr a decírselo.



Aprovechando que todos, maestros y alumnos, estaban comiendo, Num y Qumagin se escurrieron sin ser vistos por los corredores que Num había visitado esa misma mañana. Durante el trayecto, Num iba contando a su amigo lo que había descubierto.

—¡Ésta es!—exclamó, apenas sin aliento, cuando llegaron

delante de la puerta de madera negra—. ¿La ves? ¡Y no ha sido nunca abierta!

El chico tomó la llave de oro y la aproximó a la cerradura.

—Esperemos que la abra...—murmuró, metiendo la llave. La llave entró—. ¿No quieres girarla tú?

Num miró a su alrededor, inquieta. Era consciente de que estaban haciendo algo que no se podía hacer. Si alguien se había dado cuenta...

¡TLACI! ¡TLACI!

Num se llevó una mano a la boca, ahogando un grito. Por la tensión, se había levantado sobre las puntas de los pies. La llave giró todavía una tercera vez en la cerradura...

—¡Ahora sabremos por fin qué significa contar con un amigo y medio!—exclamó Qumagin asomando la cabeza por la puerta apenas entreabierta.

—¡Ten cuidado, Qumagin!—susurró Num, con las piernas temblorosas.

La puerta gimió como un demonio, rodando sobre los goznes que llevaban tantos años sin moverse.

Qumagin entró en la habitación.

Dentro no estaba del todo oscuro. Había muchísimo polvo y muchísimas telarañas: telarañas por todos lados. Cada paso suyo dejaba una huella sobre el suelo. Tampoco el silencio era completo: se oía, a lo lejos, el rumor de una fuente. Qumagin se dio la vuelta para observar a Num, que seguía parada en la entrada...

La puerta daba a un estrecho corredor, de pocos metros, a cuyos lados estaban amontonados, contra las paredes, algunos objetos estrechos y planos, completamente cubiertos por el polvo.

—¡Qumagin!—seguía repitiendo Num, detrás del chico—. Por favor... espera.

—¡Es la habitación secreta! —murmuraba el chico, paso tras paso, con cautela, intentando no tocar nada.

—¿Qué ves ahí delante?

—Nada: sólo polvo y más polvo... ¡Oh!

—¿Qué?

—Ven, ven a ver. ¡Ven a ver!

La curiosidad superó al miedo, y, finalmente, Num entró también ella en el pasillo, levantando un mar de polvo.

—¿Qué has visto?

El corredor desembocaba en una pequeña habitación cuadrada, sin muebles y con las paredes completamente lisas. Desde la pared de la izquierda, por dos ventanas estrechas, penetraba la luz del día y el rumor de una fuente.

—Entonces quiere decir que es verdad... —murmuró Qumagín, dando un paso hacia el interior de la habitación. Y, al dar el segundo paso, le faltó terreno bajo sus pies y perdió el equilibrio—. ¡Cuidado! —gritó. Pero el desnivel era sólo de pocos centímetros. Entonces, dándose la vuelta, comprobó que había sólo una gran baldosa, justo donde el pasillo desembocaba en la habitación, mientras que todo el resto de la habitación estaba sin embaldosar, como si el suelo nunca hubiera sido terminado.

—Ojo, Num, hay un escalón.

—¿Qué es lo que has dicho que era verdad?

—Es verdad que en la Casa hay ventanas que pertenecen a habitaciones cerradas, como ésta. ¡Y quién sabe cuántas veces las hemos visto desde fuera!

Num asintió en silencio. La verdad es que se encontraba un poco decepcionada.

—¿Qué te pasa? —preguntó Qumagín que, mientras tanto, había recorrido todo el pequeño cuarto, sin encontrar nada de especial.

Num alzó los hombros.

—Nada, nada, sólo que... Esperaba encontrar algo... algo especial...

—¡Levanta el pie!

—¿Qué?

—Que levantes el pie. Hay algo ahí, en el suelo. Me parece que se trata de un dibujo.

Num dio un salto hacia atrás, como movida por un resorte.

—¿Dónde? ¿Dónde?

—Mira —Qumagín había regresado hacia la única baldosa colocada sobre el suelo. Dibujado en ella había un espléndido trazado arabesco. Y, en su centro exacto, un signo que los chicos conocían muy bien: era el número indio 1.

—Es un uno —dijo Num.

—¿Qué puede significar? —Qumagín miró a su alrededor detenidamente. Pero en aquel cuarto, aparte de la baldosa con el número uno y las dos ventanas, no había absolutamente nada más.

### Intermedio

¿Por qué crees que la habitación está sin pavimento? ¿Está relacionado el número uno con "un amigo y medio"? ¿Tienen algo que ver los dos ventanas? Nadie ha mirado al techo todavía...







—¡El mensaje!—recordó de repente Num, sacando el pergamino de Algoritmi—. Oye esto: *Ahora en la habitación podrás entrar; pero, recuerda: para resolver el cuadrado...* ¡Ya hemos entrado en la habitación, y la habitación es un cuadrado...!

—Sigo sin entender el enigma...

—... con un amigo y medio tendrás que contar... ¡El corredor!—exclamó Qumagín, pasando por detrás de ella.

—¿Qué pinta el corredor?—Num seguía mirando el pergamino. Desde el corredor, Qumagín la llamó. Se había arrojado junto a los objetos llenos de polvo que estaban apoyados contra las paredes y, con la mano, estaba intentando quitarles el polvo y las telarañas.

—¡Son... son baldosas! ¡Miral!—casi gritó, señalando una baldosa idéntica a la que estaba puesta en el suelo con el número uno. Aquí está escrito el número 8.

—¿Qué puede significar, Qumagín?

—¿Y qué sé yo? ¡Ayúdame!

Los dos muchachos comenzaron a limpiar las baldosas y comprobaron que, sobre cada una de ellas, había un número distinto. A medida que las limpiaban, las llevaban a la habitación cuadrada, dejándolas apoyadas contra las paredes.

Num notó que las baldosas estaban hechas de materiales distintos: el 5, por ejemplo, pesaba muchísimo; mientras que en cambio el 3 era muy ligero. En total encontraron ocho baldosas, todas de igual medida de la que habían hallado puesta sobre el pavimento con el número 1. Sobre las nuevas baldosas estaban escritas todas las cifras restantes: el 2, el 3, el 4, el 5, el 6, el 7, el 8 y el 9.

A diferencia de nosotros, los romanos se arreglaban con sólo 7 "números" (en realidad, letrás): I, V, X, L, C, D, Y M.

—Ya no hay más, Num. Empecemos a ponerlas sobre el suelo y veamos si sucede algo.

—Yo pongo aquí el 2...

—Aquí el tres...

—El cinco aquí...

Empezaron a distribuir las al azar sobre el suelo, pero Qumagín enseguida sospechó que debía de existir una forma especial de colocarlas.

—Yo creo que aquí está el meollo de todo el asunto, Num—dijo el muchacho—. Hay que colocar las baldosas en el orden correcto y sólo entonces...

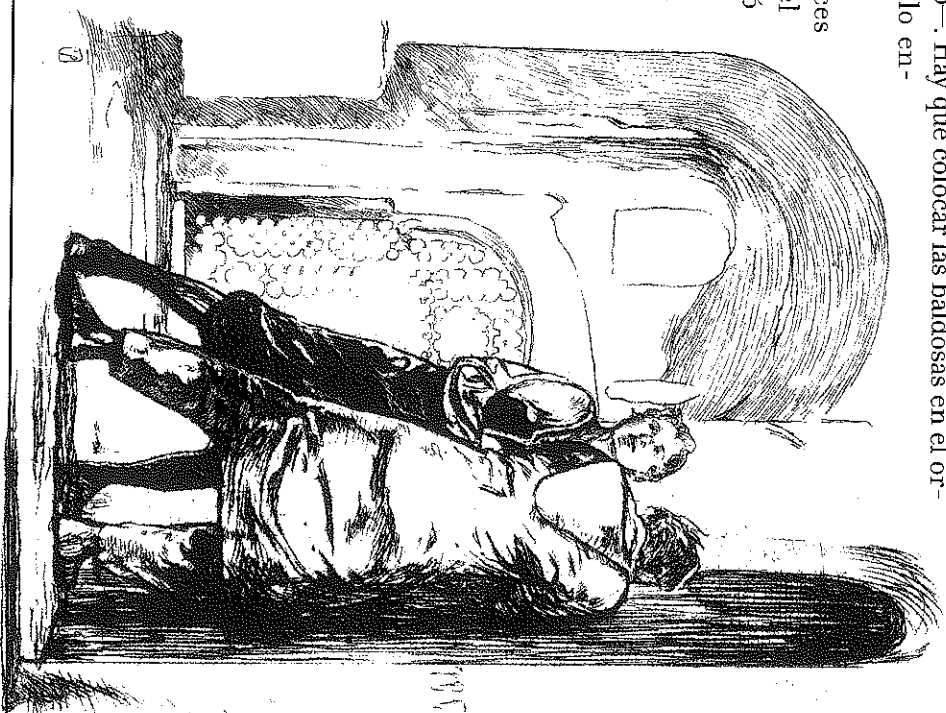
—... ¡Solo entonces encontraremos el tesoro!—completó ella.

—¡Calla!—dijo Qumagín, poniendo de pronto un dedo sobre sus labios—.

—¿Qué...?—ahora también Num oyó voces que se aproximaban.

—¡Deprisa! Tenemos que salir de aquí antes de que lleguen los maestros.

—¿Y el enigma?



—Lo resolveremos otro día. ¡Vamos, muévete!

Salieron corriendo de la habitación. Qumagín intentó cerrar la puerta de madera..., pero era demasiado pesada.

—¡Ayúdame, Num! ¡Ayúdame!—uniendo sus fuerzas, los dos chicos lograron por fin cerrarla. Luego, Qumagín hizo girar la llave de oro en la cerradura; pero, al sacarla, la llave se le cayó de las manos.

Las voces de los maestros estaban cada vez más cerca.

—¡Vamos, déjala!—gritó Num, echándose a correr.

Pero Qumagín fue rapidísimo. Agarró la llave del suelo y salió corriendo con ella.

### Intermedio

¿En qué orden habrá que colocar los baldosas con los números?

¿En alguno de éstos?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | 6 | 6 | 3 | 9 | 4 | 5 | 6 |
| 5 | 4 | 3 | 5 | 2 | 8 | 3 | 9 | 7 |
| 9 | 1 | 2 | 4 | 1 | 7 | 2 | 1 | 8 |



—¡Adelante—dijo el maestro Malacruna cuando oyó llamar a su puerta—. ¡Ah, eres tú, Tagio! ¿Qué te pasa? Estás pálido.

Tagio entró y saludó ceremoniosamente al maestro.

—Tengo que hablarle, honorable Malacruna. He descubierto que en la Casa de la Sabiduría están sucediendo cosas muy extrañas...

Malacruna lo miró con una expresión divertida.

—¿Cosas? ¿Qué cosas?

—Se trata de mis condiscípulos Qumagín y

Num, honorable

Malacruna...

—sugirió Tagio,

como para ver

qué efecto

había en el

maestro.

—Ah, sí,

Num..., un

alumno dis-

creto. ¿Y qué

es lo que ha

hecho?

—Querrá

decir "alum-

na", honora-

ble maestro.

—¿Alumna?

—Verá: me he permitido seguirla, honorable maestro, porque sospechaba que, junto a Qumagín, se habían apoderado de un cofre que pertenece a la Casa de la Sabiduría... Lo encontraron en un pozo y... Bueno, sea lo que sea, he descubierto que Num es una mujer, señor.

—Siéntate, muchacho. Y comienza desde el principio.

### Intermedio

¿Crees que Malacruna ignoraba lo que le cuenta Tagio, o sabía algo ya?

Te proponemos tres hipótesis:

Malacruna no sabe nada, y Tagio le convence.

Malacruna ya sabía todo desde el principio.

Malacruna es en realidad una mujer.



El viernes es el día sagrado de los árabes.

Según la tradición, viernes era el día en que Mahoma huyó de la Meca a Medina el año 632, dando origen al calendario musulmán.

Num llegó a su casa con la impresión de que alguien la había seguido; pero probablemente se trataba sólo de la tensión de aquel día terrible.

En casa comió poco y durmió aún menos, y pasó todo el viernes pensando en las baldosas de la cámara secreta. Existía un número inmenso de combinaciones, de formas de colocar aquellas cifras... Pero sólo una era la adecuada, desde luego, ¿cuál?

Al día siguiente, cuando llegó a la Casa de la Sabiduría, se dio cuenta, inmediatamente, de que algo había sucedido. En la puerta reservada a los estudiantes estaban los caballos de la guardia ciudadana, y, en los corredores, había un constante vaivén de alumnos.

—¿Qué sucede? ¿A qué se debe este alboroto?—preguntó al primero que logró detener.

—¿Cómo, no lo sabes? El maestro Malacruna ha llamado a asamblea a todos los demás maestros. Quieren expulsar a Qumagin.

—¿Expulsar a Qumagin? ¿Y por qué?

—Parece ser que ha hecho algo bastante gordo.

—... ¿El solo?

—No, creo que con otro chico. Ya han ido a llamar a sus padres.

Num se quedó paralizada. Se sentía desfallecer. Aquello tenía que ser un sueño, un terrible sueño.

Pero no era un sueño: cuando abrió los ojos, vio que todos los muchachos seguían corriendo hacia el patio principal, para ver cómo los maestros sometían a interrogatorio al pobre Qumagin.



Se arnó de valor y, confiando en que sus propios padres no hubiesen sido todavía avisados, se dirigió también ella hacia el patio.

La situación era aún peor de lo que había imaginado: a un lado del patio estaban todos los alumnos, apretados unos contra otros para no perderse detalle de la escena. Al otro, estaban los maestros, sentados sobre mullidas alfombras extendidas sobre el suelo para la ocasión. En el centro de los maestros se hallaba Malacruna, vestido todo de negro. Y, junto a él, el odiado Tagio.

Apenas le vio, Num comprendió enseguida quién había sido el traidor, el espía. Sintió hervirle la sangre de rabia pero, cuando posó su mirada sobre Qumagín de pie en medio del patio, delante de todos aquellos maestros, sus piernas comenzaron a temblarle. ¡Todo había sido tan rápido!

—Has oído las acusaciones —estaba diciendo el maestro Malacruna—. Joven Qumagín, ¿cómo te declaras?

—Yo quería únicamente descubrir uno de los secretos del gran maestro Algoritmi... No he hecho nada malo —dijo él.

—Y, según tú —la voz de Malacruna era sibilina como la de una serpiente—, ¿para descubrir ese secreto hacía falta robar un cofre de la Casa de la Sabiduría?

—¡Nadie se había dado nunca cuenta! El cofre estaba escondido en el pozo... ¡Y lo había escondido Algoritmi en persona!

Los maestros explotaron en una carcajada, lo que dio pie a Malacruna para seguir hablando con mayor ironía.

—Eres un óptimo inventor de historias, muchacho... ¡mucho mejor cuentista que matemático! —esta vez también todos los discípulos se unieron a las risas.

—¡Conseguí llegar hasta el cofre resolviendo un problema de geometría! —protestó Qumagín, pero con escaso resultado. Malacruna se levantó de su alfombra y, mirándole a los ojos, le lanzó otra pregunta.

—Y dime... ¿has actuado solo?

—Sí, siempre solo. Yo solo —mintió Qumagín.

Desde su puesto, Num notó que estaba a punto de echarse a llorar. Qumagín la estaba defendiendo.

—¿Estás seguro?

—Sí.

Qumagín era un buen amigo. Un amigo con el que se podía siempre contar. *Sólo contando con un amigo y medio...* La frase de Algoritmi volvió a la mente de Num con enorme fuerza. Contar, contar... ¿qué significaba contar con un amigo?

Como fulminada por una idea imprevista, Num se miró de repente las manos. ¡Contar con un amigo y medio! Se contó los dedos de las manos, luego pensó en el número de las baldosas, en el cuadrado mágico... Ya no oía nada de cuanto estaba sucediendo en el patio. Contaba, mentalmente, los números. Colocaba con su imaginación las baldosas de distintas maneras. Volvía a empezar, a contar de nuevo los números...

No se dio ni siquiera cuenta de que, mientras pensaba, se había levantado y había ido avanzando por en medio de sus condiscípulos. Ahora se hallaba en mitad del patio. Cuando dejó de contar y volvió en sí, a su alrededor se había hecho un silencio de muerte.

—¿Y tú quién eres? —le preguntó uno de los maestros, aquel que parecía el más importante.

Sólo entonces se dio cuenta Num de dónde se encontraba. Buscó en sí el valor necesario para responder.

—Me llamo Num, honorable maestro. Y soy una chica que, junto a Qumagín, ha resuelto el misterio del cuadrado mágico.

Malacruna la estaba mirando con una expresión desconcertada. Num miró a Qumagín. También él estaba desconcertado.

Unos segundos después, en el patio reinaba una gran confusión.

.....  
Según Aristóteles, el uso del sistema decimal es consecuencia de tener diez dedos en las manos.  
Mientras que el sexagesimal (utilizado en otros países) también por nosotros en las horas, por ejemplo) proviene de cálculos astronómicos. Los romanos y los indios arawak de Suramérica utilizan como base numérica el cinco.

## Intermedio

La respuesta al problema de la caña de bambú es 12 pies. Se resuelve con el teorema de Pitágoras (ese que dice que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos):

$$(x+1)^2 = x^2 + 5^2$$

Donde  $x$  es la profundidad del estanque;  $x+1$  es la longitud de la caña —que sobresale un pie de la superficie— y 5 la mitad del lado del estanque.

Despejando, resulta:  $x^2 + 2x + 1 = 5^2 + x^2$  o sea, que  $2x = 24$  y  $x = 12$ .



Los cuadrados mágicos fueron inventados en China, y, según una leyenda, fue una tortuga del río Lo quien se los enseñó al hombre. Se consideraban tan misteriosos que, en la Edad Media, se grababan en láminas de plata, y se llevaban sobre el pecho, para conjurar la peste.

Sólo cuando se restableció la calma, los dos muchachos pudieron dar sus explicaciones. Num habló entonces del pozo, de la llave de oro y del mensaje de Algoritmi. Sacó el pergamino para que los maestros pudieran leer el último mensaje del gran sabio. Les explicó cómo habían abierto la puerta de madera negra y les contó lo del pavimento con las nueve baldosas. Por último, confesó que era una mujer, y reconoció que había seguido las clases haciéndose pasar por un chico. Los maestros estaban escandalizados de cuanto estaban oyendo.

—Pero —concluyó Num— Qumagín y yo podemos anunciaros ahora que hemos resuelto también el último misterio, el misterio de la habitación cuadrada—lanzó una mirada y una sonrisa a Qumagín, que la miraba sin entender nada—. Pero antes, para demostraros que también una mujer puede tener éxito en el arte de las matemáticas, os pido a vosotros, honorables maestros, y pido al maestro Malacruna, en particular, que intentéis resolver vosotros el enigma del cuadrado mágico. Con una condición: que si no lo

lográis..., y si, en cambio, mi solución se demuestra verdadera..., perdonaréis a Qumagín por no haberos puesto al tanto de su descubrimiento y a mí por haber fingido ser un chico... Cosa que hice sólo para poder escuchar vuestras maravillosas lecciones.

Aunque poco convencidos, los maestros aceptaron estas condiciones y, precedidos por Malacruna, se dirigieron a la habitación secreta de Algoritmi.

## Intermedio

¿En qué día de la semana se celebró el juicio de Qumagín?

seuieia oia ioiueiua oip ie anbud 'opapqs uj



Como la habitación era pequeña, los maestros tuvieron que entrar en ella uno a uno, mientras los demás esperaban fuera. Cada uno permanecía dentro por algún tiempo, pero ninguno era capaz de resolver el enigma, colocando las baldosas del modo adecuado.

—Yo creo que se trata sólo de una broma de Algoritmi—dijo el primer maestro cuando salió.

—No sé por qué hacemos caso a estos niños—dijo el segundo. Y así fueron opinando todos.

El último en entrar fue Malacruna, quien estuvo encerrado en el cuarto más de media hora. Pero, al final, también él tuvo que rendirse.



—No hay nada en esa habitación —dijo, al salir—. Sólo unas baldosas con números, que se pueden colocar como se quiera.

—No es verdad —le respondió Num—. Y si me dejáis entrar, os lo demostraré.

Tras lo cual, Qumagín, Malacruna y el maestro más importante volvieron a penetrar en el cuarto.

—Algoritmi ha dejado escrito —comenzó a decir Num— que hay que *contar siempre con un amigo y medio*. Me he preguntado infinitas veces qué podía significar eso. Ahora sé de qué se trata —y se inclinó a tomar una baldosa—. ¿Qué significa “contar”? Nosotros contamos siempre utilizando la base 10, porque tenemos diez dedos. Eso quiere decir que un amigo y medio serían tres manos, es decir, 15 dedos. De hecho, solemos decir que los amigos “Nos echan *una mano*”. Así que he llegado a la conclusión de que en todo esto estábamos hablando del número 15, que teníamos que contar siempre 15 —mientras hablaba, Num seguía manipulando las baldosas, y las iba colocando en un orden preciso—. Me he preguntado: ¿existirá un modo de colocar las baldosas con los números de tal modo que, contemos como contemos, dé siempre quince? Y he descubierto que sí hay un modo: ¡Este!

Qumagín y los dos maestros miraron entonces los números colocados sobre el suelo... y pudieron comprobar que, efectivamente, en cualquier dirección que se contase, en horizontal, en vertical y hasta en diagonal, el resultado de la suma de los nueve primeros números era siempre 15.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

—Bien, ¿y todo eso qué significa? —preguntó Malacruna con tono desagradable—. Según tú, ¿para qué sirven todas estas historias?

—¡Para esto! —dijo Num, mientras en su corazón rezaba a Dios para que su suposición fuera la acertada.

Se colocó en medio de la habitación, haciendo fuerza sobre la baldosa del 5. Ésta, a su vez, presionó las otras baldosas y, casi instantáneamente, la pared que estaba frente a la entrada empezó a girar sobre sí misma, dejando a la vista un estrecho pasaje, a partir del cual comenzaba una escalera descendente.

—Éste es el pasaje que conduce al tesoro de Algorimi...

—dijo Num, con sencillez, señalando hacia la escalera—. ¿Quién de ustedes quiere ser el primero en bajar?



De este modo terminó de resolver Num el misterio del cuadrado mágico... Y dieron comienzo otros muchos acontecimientos. El maestro Malacruna fue expulsado de la Casa de la Sabiduría... seguido de Tagio. Num y Qumagin continuaron encontrándose con asiduidad, aunque de una forma distinta: se convirtieron en una pareja bellísima, envidiada por todo Bagdad. Num no dejó nunca de estudiar matemáticas, aunque tuvo que hacerlo con un maestro privado, porque en la Casa de la Sabiduría, a pesar de todo lo ocurrido, no quisieron que se rompiesen las viejas tradiciones.

Cuando Qumagin terminó los estudios y le pidieron que se quedase para enseñar matemáticas a los más jóvenes, él,

cortésmente, lo rehusó: hacia tiempo que tenía intención de viajar a Occidente, a Córdoba, para conocer allí a otros grandes sabios y matemáticos.

¿Y el tesoro, preguntareis? Pues sí, efectivamente, la historia asegura que se trataba de un tesoro de inmenso valor: oro, joyas, monedas y todo lo que se pueda imaginar... Pero, para ser del todo sinceros, hay que decir que todavía hoy circula por la Casa de la Sabiduría otra tradición que dice que el tesoro de Algorimi fue, en realidad, su última gran broma. Según esta leyenda, en efecto, los maestros que descendieron por la escalera encontraron... absolutamente nada.

Y eso porque en el cuadrado mágico faltaba un número que estaba todavía por descubrir: el cero.

.....  
Antes de que se inventase el cero, los indios ponían un punto, que llamaban sunya ("vacío"). Los llamaron sifra (de donde viene nuestra palabra "cifra") y los latinos lo tradujeron como céfiro, que nosotros abreviamos en "cero".

FIN

Final

La peli que acabas de leer está ambientada hace muchos siglos... ¿Crees que una historia parecida sería posible también hoy? ¿En qué sí y en qué no? ¿Te atreves a sugerirnos algunos ideas para que el autor escriba otra historia, que tenga que ver con las mates, pero que se desarrolle en el día de hoy?

Nos gustaría que nos mandases tus ideas a:

El Barco de Vapor SABER - Joaquín Turino, 39 - 28044 MADRID

Indicando en el sobre: "Póngame un kilo de matemáticas"

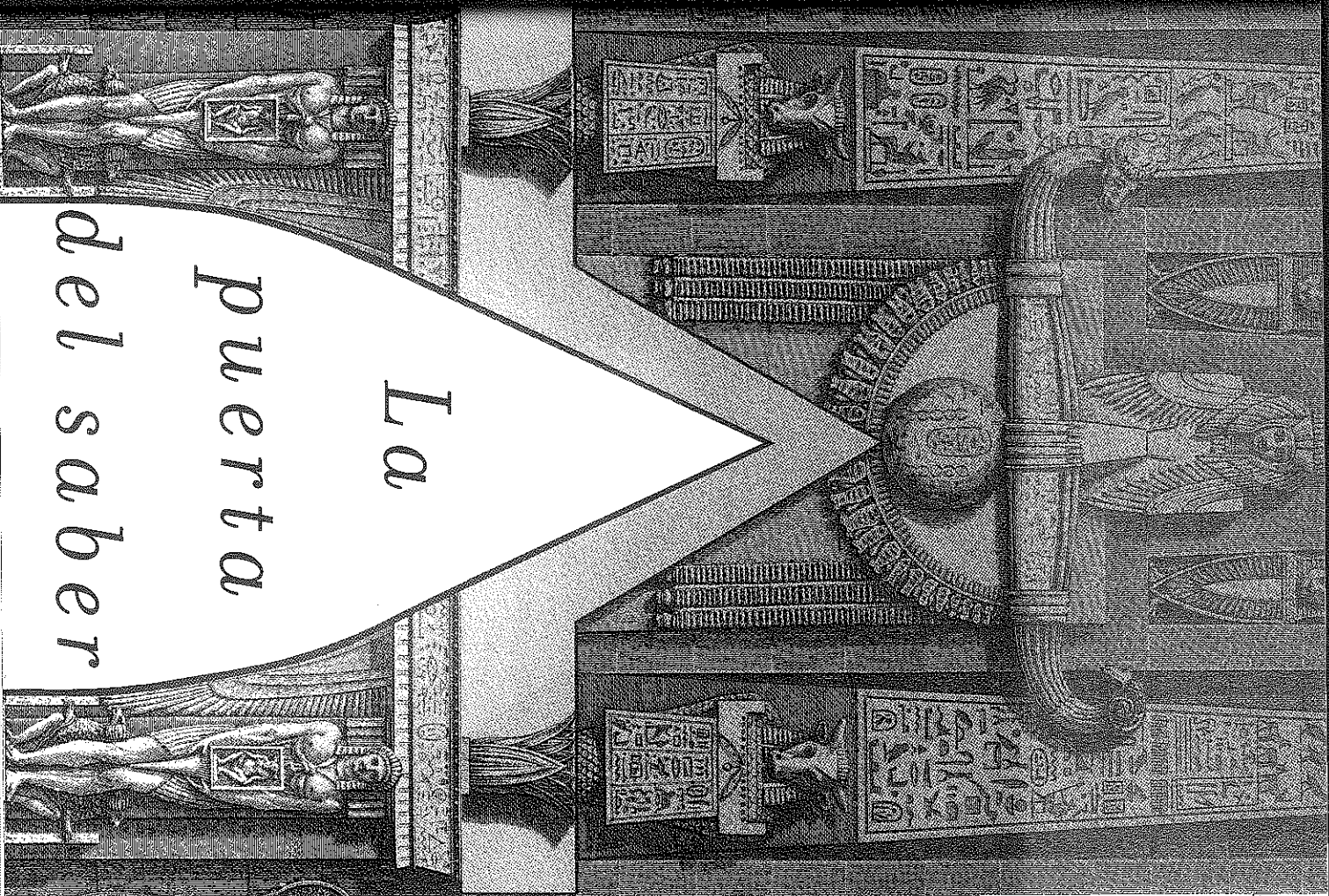
## ¡ATENCIÓN!

Si traspasas esta puerta, tendrás acceso al saber antiguo y profundo que ha llenado de significado la vida de miles de mujeres y de hombres antes de ti.

En las páginas que siguen, ellas y ellos te esperan para comunicarte lo mejor de sus descubrimientos.

Por eso, **SOLO** si quieres seguir tú también la senda que lleva al **SABER**, pasa esta puerta y lanzate a la mágica aventura del conocimiento.

¡QUE LA CIENCIA TE ACOMPAÑE!



La  
puerta  
del saber





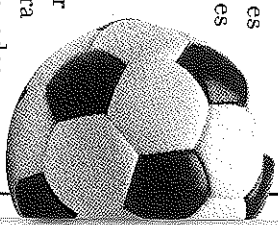
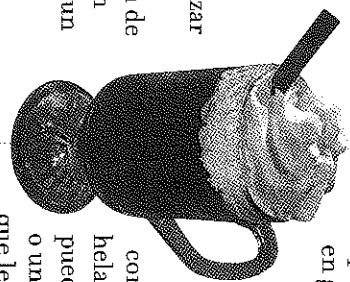
# ¿Por qué se odian las matemáticas?



*Naturalmente, porque el profesor es un... Bueno, pero no sólo por eso. Seguro que has tenido algún profesor de mates que era majo, y entonces la cosa no te parecía tan odiosa.*

**No me las puedo comer**  
La verdad es que si preguntamos por ahí al azar (¿caramba, una palabra matemática!), la mayoría de las personas contestarían que las matemáticas son un rollo. Quizá dirían cosas como "Nunca las he entendido", o "No se me dan bien", etc. Como mínimo, mostrarían recelo hacia ellas como algo misterioso. Y habría incluso quien presumiría descaradamente de no tener absolutamente ni idea. Sin embargo, "matemática", en

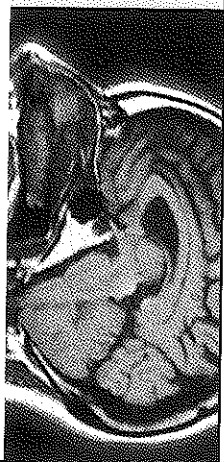
griego, significaba precisamente "lo que se puede aprender". Entonces, ¿por qué nos resultan tan difíciles?



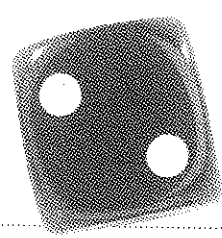
Porque las matemáticas son, en gran medida, un producto del razonamiento abstracto. Y lo abstracto es difícil. No es como un helado que te puedes comer, o un balón al que le puedes dar una patada, ni siquiera como un cuadro que puedes tocar. Mientras parece claro que, como resultado de millones de años de evolución y de desarrollo cerebral, estamos genéticamente preparados



Las matemáticas utilizan un lenguaje abstracto, pero sus contenidos se refieren a cosas sumamente concretas. Hay matemáticas en nuestra vida, en la naturaleza, en el universo...



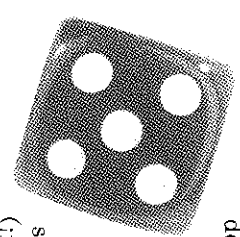
para hablar, nuestro cerebro no parece tener todavía una predisposición especial para el razonamiento abstracto. Mas bien al contrario: tendemos hacia lo concreto, lo que nos entra por los sentidos.



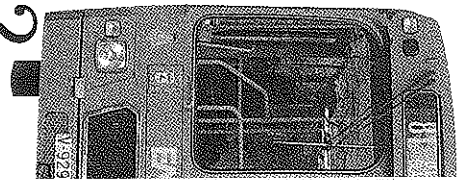
**No las puedo ni ver**

Haz tú mismo un experimento: piensa en un número muy bajo, 2 ó 5. Inmediatamente te viene una imagen gráfica de dos o cinco objetos. Y sumar 2 y 5 no te causa ninguna dificultad. Prácticamente puedes "ver" cómo se juntan para formar 7 objetos. Pero si ahora lo intentas con números grandes, la cosa cambia. Necesitas lápiz y papel y unas reglas para hacer la suma. Las matemáticas, además, son una ciencia "progresiva": es decir, a menudo no entiendes una cosa si no has entendido lo anterior..., de modo que, si pierdes el hilo, ya no sabes por dónde andas. Por si fuera poco, para poder progresar en el razonamiento

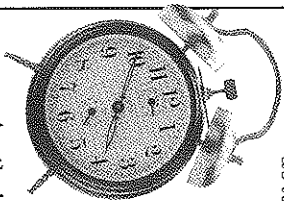
abstracto y poder comunicarlo, las matemáticas han desarrollado un lenguaje propio, preciso, exacto y simbólico (¡menudos adjetivos!) que está bastante alejado del lenguaje común y que requiere un aprendizaje específico. Y por eso muchas personas piensan que las matemáticas son algo alejado de la realidad y que no sirven para nada concreto. Pero las matemáticas están presentes constantemente en nuestra vida, desde que nos levantamos hasta que nos acostamos. Y en la naturaleza, y en el universo... ¿No te lo crees? Pasa a las páginas siguientes y veremos quién tiene razón.



# ¿Qué tienen en común las matemáticas con la leche y los autobuses?



Vamos a demostrarte (¡que casualidad, otro término matemático!) que las matemáticas están mucho más cerca de ti de lo que piensas. ¿Preparado? Hagamos un recorrido por un día cualquiera de tu vida...



Cualquier día verdaderamente cualquier cosa "¡Biiiiiiiiingggg!" Ha sonado el despertador: ¿Arriba! ¿Qué hora es? Las 7:30. ¿A quién se le ocurriría esto de las horas? ¡Oye, muy buena pregunta!: la medición del tiempo.

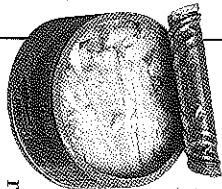
Cada día está dividido en 24 horas, divididas a su vez en 60 minutos, formados por 60 segundos, cada uno de los cuales, sin embargo (seguro que lo has visto en el cronometraje de las carreras), no se divide en 60, sino en 100 centésimas de segundo... ¿Qué división más rara: ¿de dónde vendrá?

¿Y a qué día estamos? La fijación del calendario es un problema complicadísimo (y muy importante), que ha durado siglos y que no está aún completamente



Las matemáticas nos rodean por todas partes. ¡Por suerte!

resuelto. Por cierto, el año 2000 ¿fue bisesto?, porque por un lado es múltiplo de 4, pero también de 100, y de 1000... ¡Menudo lío! Como ves, pura matemática.

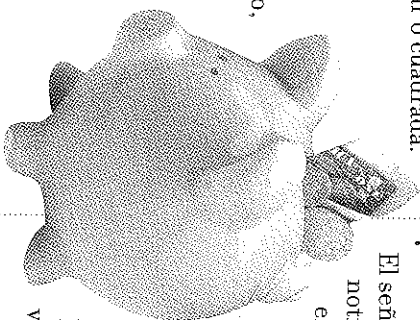


## Matemáticas hasta en la sopa

Estamos desayunando. ¿No te resulta curioso que todas las tazas, las ollas y los cazos sean redondos? (Bueno,

seamos precisos: tienen la base redonda). ¿Sabías que la circunferencia es la forma geométrica que encierra el mayor área usando el mismo perímetro? Así que un cilindro usa menos material que si la base fuera, por ejemplo, triangular o cuadrada. Ahorrrrativos estos fabricantes, ¿eh?

¡Vamos, vamos: ahí llega el autobúsi! Por cierto, ¿tú usas un billete normal o algún tipo de abono para varios viajes? ¿Y cómo has calculado cuál de los dos te



resultaba más rentable? Me temo que, aunque no quieras, habrás tenido que hacer unas operaciones matemáticas para calcularlo.

¿Te has preguntado alguna vez cómo se planifican los recorridos de las líneas de autobuses, de forma que cada ciudadano tenga una parada a menos de 500 metros de su casa?, y teniendo en cuenta la distribución de la población, el número de líneas posibles, que no haya dos que coincidan excesivamente en su recorrido... Si, sí, lo siento: todo eso se hace con matemáticas, en concreto con la teoría de grafos y la geometría computacional.

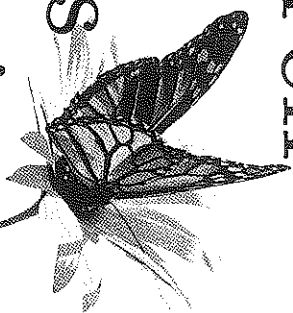
## ¡Yo me bajo aquí!

El señor a tu lado va leyendo una noticia del periódico: "El paro en el último mes ha vuelto a bajar, pero su descenso se ha desacelerado...". No entiendo nada. ¡Menos mal que en el artículo viene un gráfico: ahora ya "lo veo". Ya se sabe: una variable en el eje horizontal, la otra en el eje vertical...

|    |    |    |    |    |    |    |   |   |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|
|    |    |    |    |    |    | 1  | 2 | 3 |
| 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |   |   |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |   |   |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |   |   |



# ¿Qué tienen en común las matemáticas con el arco iris y las mariposas?



*Seguro que has visto el arco iris cientos de veces, tan bonito, tan romántico... Sentimos mucho decirte que se trata de un fenómeno matemático. Geométrico, para ser exactos.*

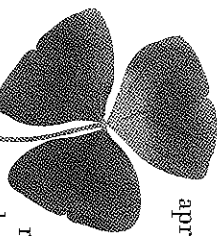
## Círculos en el cielo

Quizá ya sabes que el rayo de luz, al entrar en la gota de agua, sufre una desviación en su trayectoria y, al salir, parte de dicho rayo se refleja y llega a nuestros ojos. Ahora bien, para que todos esos rayos confluyan en nuestra retina, la distribución de las gotas de agua tiene que ser,

aproximadamente, la de un semicírculo: el arco iris se forma, en realidad, en nuestro ojo, con los rayos que llegan a él "a la redonda". Así que, desgraciadamente, nunca podrás llegar al comienzo del arco iris ni trepar por él como en las películas.

## Dame la manita

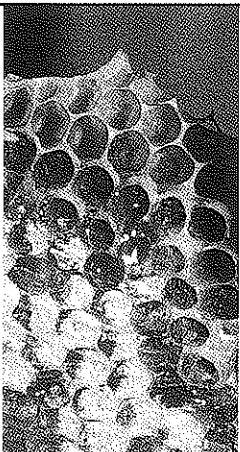
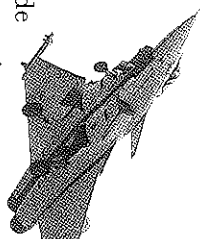
El arco iris es sólo un pequeño ejemplo de la presencia de las formas geométricas en la naturaleza. Hay muchísimas más, y algunas han inspirado teorías matemáticas importantes.



Las matemáticas no están reñidas con la naturaleza: al contrario, muchas veces toman de ella su inspiración.

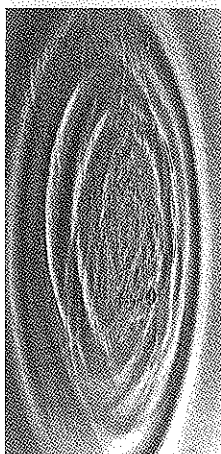
Por ejemplo, ¿te has fijado en la cantidad de simetrías que aparecen en la naturaleza? Empezando por tu propio cuerpo: hay un eje vertical respecto del cual el cuerpo se distribuye de un modo bastante simétrico. Esa simetría es fundamental para darnos estabilidad y equilibrio al movernos. Lo mismo les sucede a los pájaros, las mariposas, etc.

Si no tuvieran esa simetría perfecta (que nosotros hemos imitado en los aviones), no podrían volar.



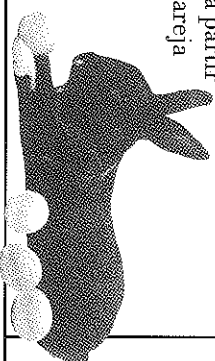
## La abeja reina... de las matemáticas

¿Has visto alguna vez un panal? Las abejas son unas magníficas constructoras de hexágonos. ¿Y por qué precisamente hexágonos? Hay solamente tres polígonos regulares



con los que se puede hacer un mosaico plano: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono. De los tres, el que almacena mayor superficie con el mismo perímetro es el hexágono (ya sé que hemos dicho que la figura geométrica que encierra mayor superficie con el mismo perímetro es la circunferencia, pero si intentas solar el piso de tu habitación con baldosas circulares, verás que te quedan huecos entre ellas). Así que las abejas están aprovechando al máximo la superficie del panal para que les quepa la mayor cantidad posible de miel.

No sólo la geometría: también los números aparecen en la naturaleza. Quizá no has oído hablar de los números de Fibonacci: es una sucesión de números (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...) en la que a cada uno se le suma el anterior. Pues fue estudiada porque es la que marca el crecimiento de la población de los conejos a partir de una pareja inicial.





# ¿Hay matemáticas en Marte?



*Estamos en situación de alerta máxima. El choque de la Luna contra la Tierra está previsto para dentro de 23 minutos. Será el fin de nuestro planeta. La única solución es escapar en una nave espacial...*

Parece una película de Georges Lucas, ¿verdad? Estamos tan acostumbrados a ver la Luna cada noche levantarse y recorrer tranquilamente el cielo, que no le prestamos atención. Pero un científico como tú seguro que se pregunta: ¿y no se caerá algún día?

**¿A quién le caerá la Luna en la cabeza?**

Pues no se caerá por Newton o, mejor dicho, por lo que explican

las leyes de Newton,

un genial matemático. Su ley de la gravitación universal dice que, por un lado, la Tierra tira de la Luna con mucha fuerza, pero que no se nos cae encima



porque el hecho de estar dando vueltas alrededor nuestro la impulsa hacia fuera. Como cuando giras una pelota atada a una cuerda y notas que tienes que sujetar fuerte para que no se te escape. En nuestro caso la cuerda, invisible, es la fuerza de la atracción de la Tierra.

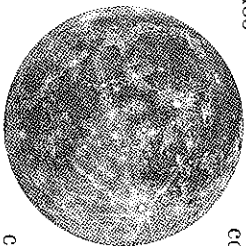
Por la misma razón, la Tierra gira alrededor del Sol, y el Sol se mueve

Muchas veces, la imaginación matemática precede a su comprobación. Mucho de lo que sabemos sobre el universo es comprobable sólo a nivel matemático.

dentro de la galaxia de la Vía Láctea... Todo obedece a leyes matemáticas que hacen que se establezca un equilibrio en el universo y no acabemos todos como coches de choque.

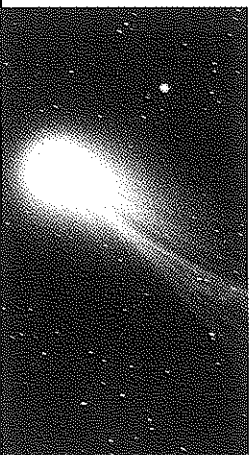
**¡Qué fácil, con números!**

La cantidad de matemáticas que hay en el universo es extraordinaria. Hasta el punto de que una gran parte del conocimiento que tenemos del universo es sólo matemático: alguien diseña unas fórmulas, se pone a hacer cálculos con ellas y comprueba si los resultados encajan con otras cosas que observamos. A veces adelantaban cosas sorprendentes, que sólo mucho después son comprobadas. Así se descubrió, por ejemplo, el planeta Neptuno, cuya existencia se demostró matemáticamente antes de que fuera visto. Y podemos calcular con toda precisión cuando y por dónde aparecerá el cometa Halley, o los eclipses de Sol...

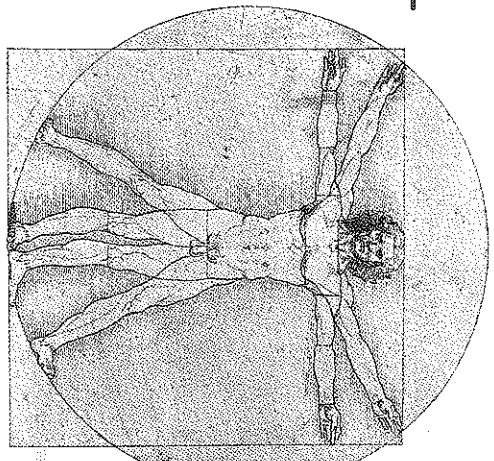


Otras veces se trata de cosas que no podremos comprobar jamás, como cuando decimos que la velocidad de la luz es de 300.000 km por segundo y que no puede haber otra velocidad mayor. O cuando decimos que la temperatura más fría es de 273 grados bajo cero (mientras que hacia arriba puede haber temperaturas altísimas). Pero sabemos que tiene que ser así porque, si no, no serían verdad otras cosas que sí que podemos comprobar.

Alguna vez te habrás encontrado en los periódicos frases como que si el universo es finito o infinito, que si está en expansión o en contracción... Todo eso está basado en modelos matemáticos, porque nadie podrá ir nunca al borde del universo para ver si efectivamente se acaba allí o no.

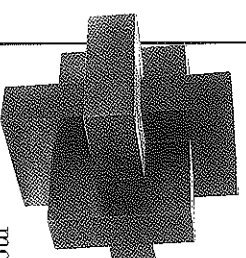


# ¿Que pintan las matemá-ticas en el arte?

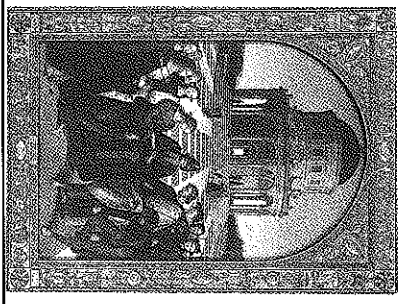


"Che bella cosa è la prospettiva!"

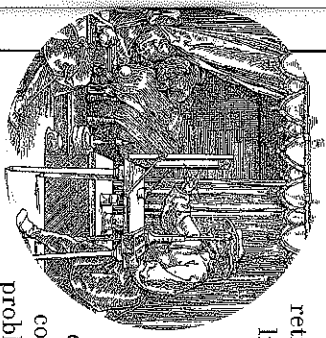
Matemáticas en la vida, en la naturaleza, en el universo... ¿pase; pero ¿matemáticas en el arte? ¡Si son lo más opuesto al arte que hay! El arte es imaginación, sentimiento, creación...



Te equivocas. Para empezar a sospechar bastaría que te fijases en algunas esculturas modernas que representan superficies y objetos matemáticos: o en algunos modernos puentes; o en las pirámides de Egipto (reproducidas en esa de cristal que hay en el museo del Louvre en París)...

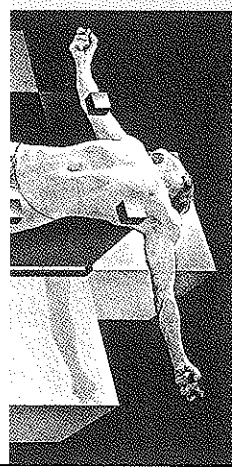
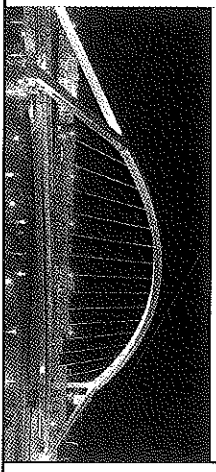


Incluso el arte sería imposible sin las matemáticas. Esto lo comprendieron muy bien los artistas del Renacimiento, y hasta Dalí, otro apasionado de la ciencia aplicada al arte.



retratar en sus lienzos las cosas tal y como eran en la realidad, y entonces se encontraron con el problema de

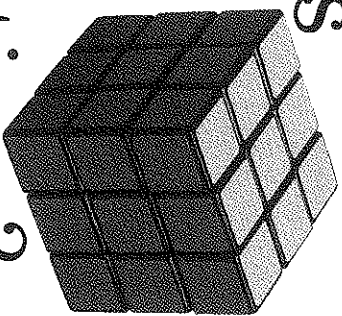
cómo representar el espacio y los objetos que están en él. Ahora te parecerá una tontería, pero no es nada fácil. Se trataba de reproducir sobre una superficie plana (con dos dimensiones) algo que tiene tres dimensiones. Si, claro, me dirás que lo que está más cerca lo pintamos más grande y lo más alejado más pequeño, pero ¿cuánto de pequeño? Y las líneas que en la realidad son paralelas, ¿cómo las pintamos para que nos den ese efecto? Para resolver estos problemas se hicieron verdaderos tratados matemáticos sobre la perspectiva. Un loco de la perspectiva fue Paolo Uccello, a quien su mujer tenía que venir a llamarle porque se olvidaba de comer y de dormir abstraído por la nueva ciencia.



## Pintura ama a Matemáticas

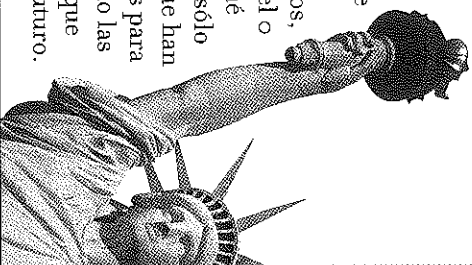
La verdad es que entonces no era muy sorprendente, porque en el Renacimiento los artistas eran muchas veces también científicos y matemáticos, como por ejemplo Brunelleschi, Leonardo da Vinci, Dürero... ¿Cómo lo resolvieron? Pensando en el lienzo como si fuera un cristal que tuviéramos entre nuestro ojo y la realidad, fueron repasando sobre él los contornos y las líneas que vemos. Fue una auténtica revolución. Matemáticamente, esta operación se llama proyectar el espacio sobre un plano (el cuadro) desde un punto (el ojo). También otros grandes movimientos en pintura han recurrido sistemáticamente al desarrollo de conceptos matemáticos, con el interés por caracterizar las cosas no por sus formas externas, sino por sus propiedades intrínsecas, etc.

# ¿En cuántas partes se dividen las matemáticas?



*Como el resto de las ciencias, las matemáticas han alcanzado tal grado de desarrollo que hoy no hay ningún matemático (ni siquiera tu profe) que las domine en su totalidad.*

Cada uno se especializa en un área concreta. Para que te hagas una idea, la Sociedad Matemática Americana ha hecho una clasificación de las áreas de matemáticas en 61 apartados, numerados del 0 al 94. ¿Por qué hasta el 94, si sólo hay 61? Porque han dejado huecos para ir intercalando las nuevas áreas que surjan en el futuro.



## Vivitas y matecoleando

¿Quieres saber algunos de los nombres de esas áreas? Hélos aquí: álgebras y anillos no asociativos, variedades y complejos cehulares (esto parece biología), economía, investigación operativa, programación y juegos (¡menos mal que hay juegos!), etc.

Las matemáticas son una ciencia en evolución: cada año se publican en el mundo cientos de revistas de matemáticas, en las que se van presentando los nuevos descubrimientos que los matemáticos van haciendo. Ahí va una cifra: en 1997 se publicaron en el mundo 62.582 artículos de matemáticas. Si en cada uno de ellos hay una media (¡Hey, otro concepto matemático!) de dos nuevos teoremas, resultan más de 120.000 teoremas al año. ¿Quién

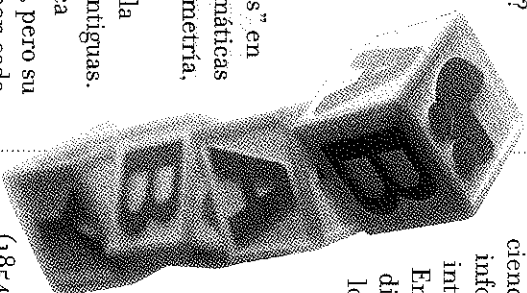
Las matemáticas son, sin duda, la ciencia del futuro, en un mundo donde el más pequeño de los progresos es impensable sin la aplicación de las matemáticas.

puede conocerlos todos? Por suerte, a ti te piden sólo que aprendas unas poquitas cosas.

## El árbol genealógico de las mates

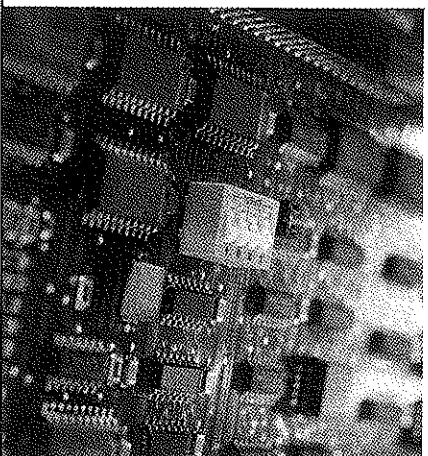
Las partes "tradicionales" en que se dividen las matemáticas son cuatro: álgebra, geometría, análisis matemático y estadística. El álgebra y la geometría son las más antiguas. El análisis y la estadística nacieron en el siglo XVII, pero su influencia y utilización son cada vez mayores.

Por supuesto que esta división no es tan rígida como entre el tocino y la coca cola: muchos de los 61 apartados que decíamos arriba están a caballo de esas cuatro ramas. Por poner un ejemplo que tal vez conoces (si no es mucho suponer): la trigonometría *es* álgebra, análisis o geometría? (Y a quién le interesa?, dirás). Alguna de esas áreas, como la lógica, nacieron en una de esas cuatro ramas y se han independizado después, dando paso al desarrollo de los ordenadores y a nuevas



ciencias como la informática (eso sí que te interesa).

En la antigüedad, estas divisiones no existían, y los matemáticos eran también físicos, filósofos, ingenieros, etcétera. El proceso de especialización de las matemáticas comenzó en el siglo XIX y se disparó de forma espectacular en el siglo XX. El francés Jules Henri Poincaré (1854-1912) es considerado el último matemático "generalista": además de matemático, era físico y astrónomo.



ABS D SIN  
x-1

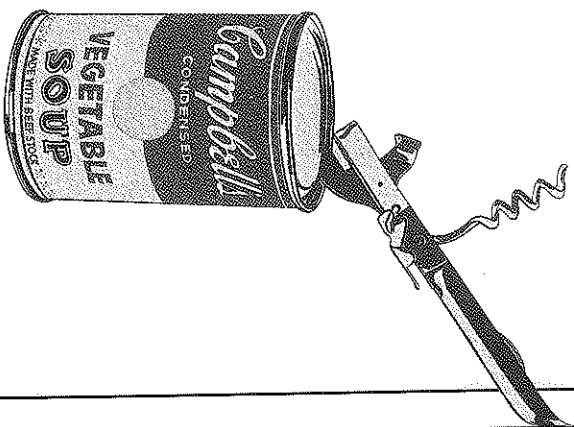


# ¿Es el álgebra una sopa de letras?

Muchos piensan que el álgebra, que se ocupa de ecuaciones, es sólo una gran sopa de letras, con horrosas expresiones en las que no aparecen más que letras que hay que cambiar de sitio y paréntesis que hay que quitar y simplificar... ¿Les decimos la verdad?

## Una sopa que viene de lejos

Teniendo en cuenta que la aritmética es una parte del álgebra, podemos decir que el álgebra es la rama más antigua de las matemáticas, porque ya el hombre primitivo era un "hombre aritmético": contar, manejar y hacer operaciones con los números (las operaciones matemáticas, como se las llama en el colegio)



acompañaban al ser humano incluso desde antes de tener un rebaño de cabras. A partir de ahí,

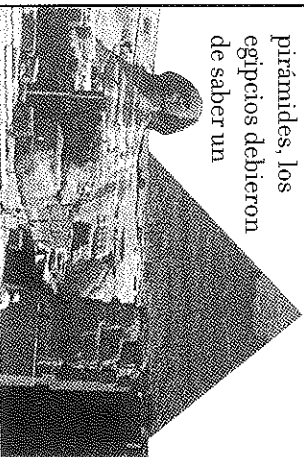


podemos imaginar la necesidad de manipular los números para los intercambios comerciales, para contabilizar las riquezas fruto de las guerras y las conquististas, para pagar los malditos impuestos... Para que te hagas una idea, se han



El álgebra tiene la fama de ser una de las ramas más abstractas de las matemáticas. Pero, precisamente por ser tan abstracta, puede aplicarse a situaciones muy diversas.

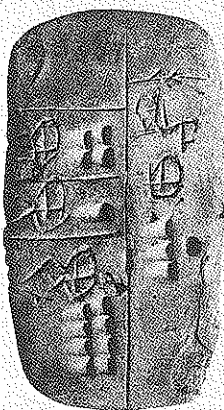
encontrado papiros de Egipto de hace más de 4.000 años en los que ya se utilizaban fracciones sencillas. ¡Y la verdad es que para levantar las pirámides, los egipcios debieron de saber un



monón de matemáticas! En Mesopotamia (la región entre los ríos Tigris y Eufrates), tablillas de mil años antes de Cristo muestran que tenían un sistema de numeración muy desarrollado, ingeniosos métodos de cálculo, y que sabían resolver algunas ecuaciones de segundo grado. ¡Vamos, que sabían más álgebra que muchos de nosotros cuando acabamos la ESO!

**Cosas de árabes**

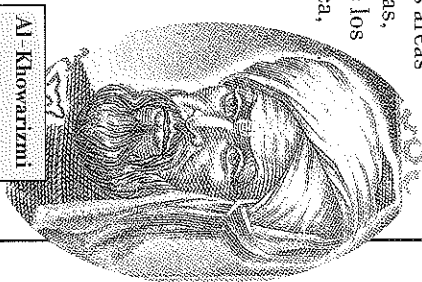
Como ya habrás adivinado (por comenzar con "al") el nombre de álgebra viene del árabe. En concreto, de la palabra "al-jabr",



que aparecía en el título del libro *Al-jabr wa'l muqabalah* (*Consecución del equilibrio*), que escribió el matemático árabe al-Khwarizmi, en el siglo X. (Por cierto que del nombre de este autor proviene también otra palabra matemática importante: "algoritmo").

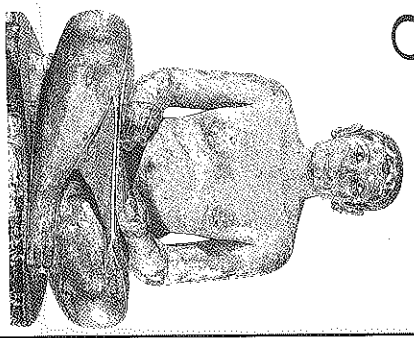
Es un libro que se ocupa de la resolución de ecuaciones, es decir, del cálculo de cantidades desconocidas (que nosotros hoy llamamos incógnitas). La manipulación formal de objetos es la tarjeta de presentación del álgebra.

Claro que el álgebra hoy no es sólo eso: incluye otras áreas de las matemáticas, como la teoría de los números, la lógica, la teoría de modelos o el estudio de estructuras abstractas que tienen nombres muy divertidos, como grupos, anillos, cuerpos, categorías...



Al-Khwarizmi

# ¿Hay que pagar impuestos por la geometría?

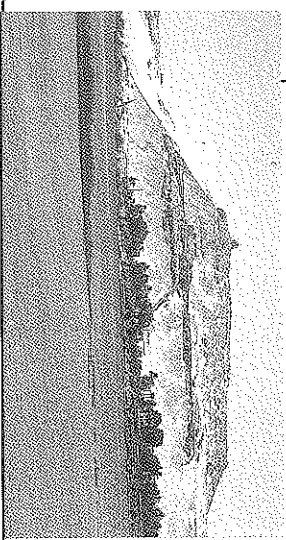


Cuando decimos "geometría" estamos hablando de *Geo* (Tierra) y *metría* (medida). ¡No hay que saber un poco de griego!

Seguro que ya te han contado alguna vez que fueron los egipcios los inventores de la geometría. Pero vamos a rendirles aquí de nuevo el homenaje que se merecen.

Mírame bien mis lodos, geometra

Como sabrás, Egipto es casi todo desierto, excepto las orillas del

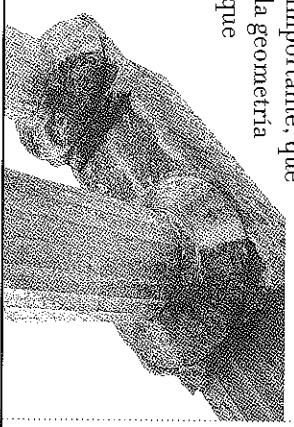


Durante milenios hemos utilizado la geometría de Euclides. Hoy existen otras geometrías no euclideas.

de la cuenta. Estos usaban cuerdas y unas fórmulas por las que calculaban áreas de triángulos y de cuadriláteros. Lo curioso es que hoy sabemos que algunas eran incorrectas, pero como nadie sabía más que ellos...

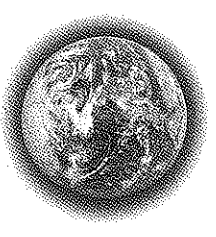
Euclides, ¡vaya elemento!

La edad de oro de la geometría tuvo lugar entre los griegos, bastante más tarde. Seguro que sabes el teorema de Pitágoras, probablemente el resultado de geometría más famoso del mundo. Pues Pitágoras era griego. El primer best-seller de geometría se titulaba *Los elementos* y fue escrito hacia el año 300 antes de Cristo por Euclides, otro griego, pero que enseñaba matemáticas en Alejandría de Egipto. Fue tan importante, que la geometría



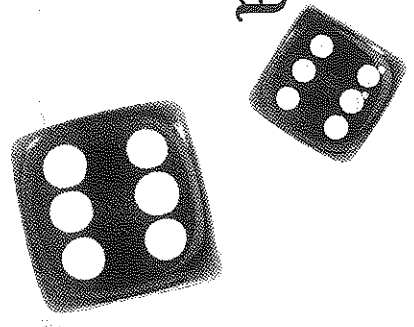
estudiamos en la escuela (esa de rectas y ángulos, triángulos, poliedros y demás figuras) se llama geometría euclidea. Y aún hoy puedes encontrar ediciones del libro *Los elementos*. Mucho más tarde, ya casi al comienzo del siglo XIX, surgen las

geometrías no euclideas, de la mano de otro grandísimo geómetra: Gauss. ¿Quieres saber la diferencia entre ellas? Pues para que te hagas una idea, Gauss, como nosotros, necesitaba medir cosas sobre la Tierra que, como sabes, no es plana, sino esférica. Entonces imagina que en lugar de una parcelita junto al Nilo, medimos un triángulo grande como África, por ejemplo, sumamos los ángulos y... ¡sorpresa, sorpresa! Miden casi 250 grados. ¡No puede ser! Si nos han enseñado que la suma de los ángulos de un triángulo es siempre 180 grados... Cuanto mayor es la magnitud, más sofisticada tiene que ser la geometría.





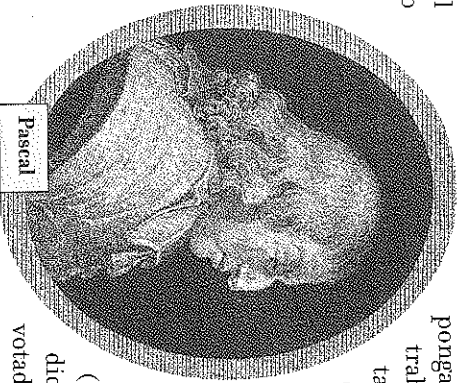
# ¿Para qué "no" sirve la estadística?



*Habíamos puesto cada uno un euro y estábamos tirando un dado: quien sacara antes tres 6 se lo llevaba todo...: en éstas, llegó el jefe de Estudios y nos quitó el dado (el dinero no, porque estaba guardado).*

Cuando se fue, se formó una discusión tremenda: Dani quería el dinero, porque llevaba ya dos seis y estaba seguro de que a la próxima iba a sacar el tercero... Miguel dijo que eso no era necesariamente así. ¿A ti qué te parece?

Según las estadísticas... Exactamente esa pregunta se la hizo el caballero de Mére al matemático Blas Pascal hace más de



Pascal

trescientos años (en 1654). De ella surgió el estudio de "las probabilidades", y, más tarde, la estadística, que hoy prácticamente se ha convertido en la parte más popular de las matemáticas.

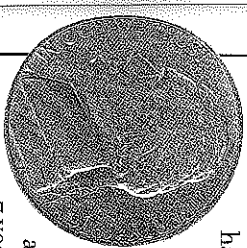
Se hacen estadísticas para todo: del número de parados, del número de familias que tienen más de un televisor, del número de aprobados en España... Si quieres que te pongan buena nota en un trabajo, pon muchas tablas de datos y estadísticas. Molan un montón. Pero muchas veces se confunde lo que es la estadística como ciencia con lo que es un simple recuento de datos (que si el 20% ha dicho esto, el 43% ha votado esto otro...).

La estadística es la parte de las matemáticas que está más de moda; pero lo mejor es cuando se utiliza para prevenir los resultados antes de que sucedan.



Lo verdaderamente importante de la estadística es la posibilidad de anticipar, de predecir lo que ocurrirá, a partir de los datos conseguidos.

## ... ocurrirá lo siguiente



El motor que permite hacer esas

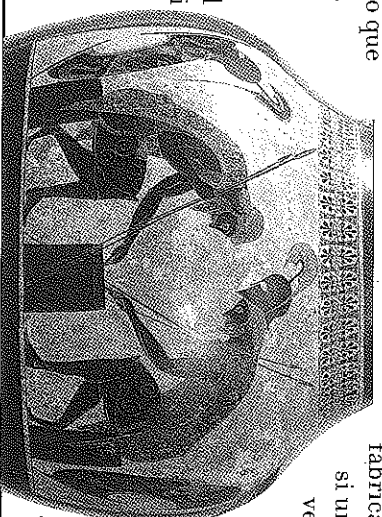
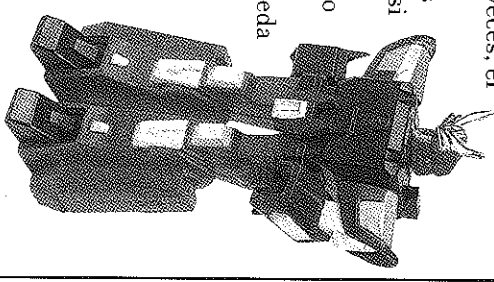
adivinaciones es la probabilidad. Para entenderlo mejor, toma una moneda y lánzala 10 veces al aire: imagina que sale

7 veces "cara" y 3, "cruz". Lo apuntas en una tabla y anuncias pomposamente a tus amigos que el 70% de veces has sacado cara (muucha cara). Hasta aquí, lo único que has hecho es anotar el resultado. Pero la probabilidad te dice que si la moneda está bien hecha, la posibilidad

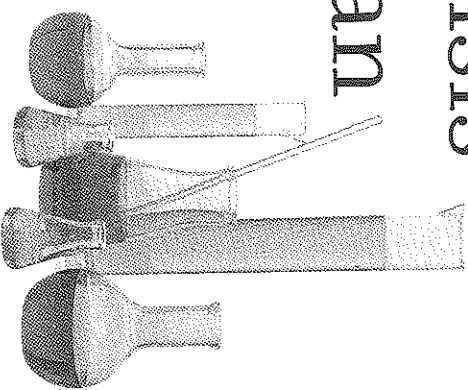
de que salga cara o cruz es la misma, y que si lanzas la moneda muchas más veces, el número de

caras y cruces deberá ser casi igual. ¡Estás prediciendo lo que pasará si lanzas la moneda mil veces! Predecir lo que va a pasar: ¿cómo no va a ser importante entonces la estadística?

Hoy se usa para controlar la calidad de las piezas que se fabrican, o para saber si un juguete se va a vender, o si este libro que estás leyendo va a gustar... Y suelen acertar, aunque a veces también se equivocan.

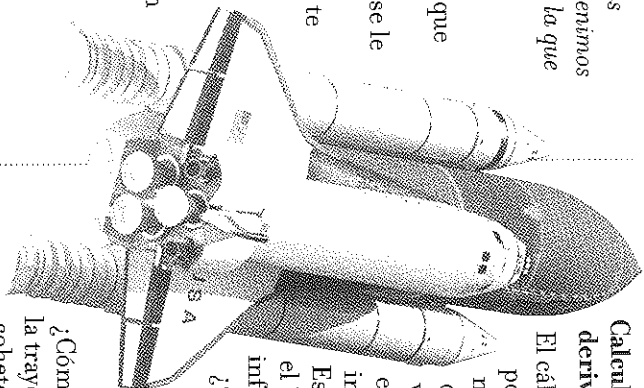


# ¿Hay análisis que no sean de sangre u orina?



De las cuatro partes de las matemáticas de las que venimos hablando, el cálculo será la que menos te suena.

Y si encima te decimos que en realidad entre los matemáticos al cálculo se le llama "análisis matemático", ya es que te mondas. ¿Análisis? ¡Eso suena a medicinal! Sin embargo, el cálculo está en todas partes, y en cuanto continúes avanzando un poco en las matemáticas y en cualquier otra ciencia, te tropezarás constantemente con él.



## Calcular cómo derivan las cosas

El cálculo se ocupa, por un lado, de medir lo deprisa o despacio que varían las cosas en cada momento, instantáneamente. Es lo que se llama el "cálculo infinitesimal".

¿Cómo se están deshaciendo los polos con el cambio de temperatura? ¿Cómo va cambiando la trayectoria de un cohete según se va acercando a la Luna? ¿Cómo va a evolucionar un huracán

El cálculo, también llamado análisis matemático, es útil para operar con cantidades prácticamente infinitas.

a su paso por una zona? Esa variación instantánea de las cosas se llama derivada y es importantísima. En serio: el concepto de derivada fue un paso de gigante en la historia de la humanidad.

## Calcular una infinidad de cosas infinitas... con chocolate

Otra cosa de la que se ocupa el cálculo es de sumar muchas (infinitas) cantidades muy muy pequeñas (infinitesimales). Estas sumas infinitas se llaman integrales. Me dirás que esto es la pera y que los matemáticos están locos. ¡Si ya es difícil hacer una suma con 5 sumandos, imagínate con infinitos! Pero en realidad es muy fácil. Vamos a hacer una prueba: pon una tableta de chocolate en el borde de la mesa y separa un metro de ella. Da un paso de medio metro hacia la mesa. ¡Bien! Ahora da un paso la mitad del anterior (o sea, un cuarto de metro). A continuación, un paso la mitad del anterior (o sea, la octava parte de un metro). Y así sucesivamente. Al final, llegas al



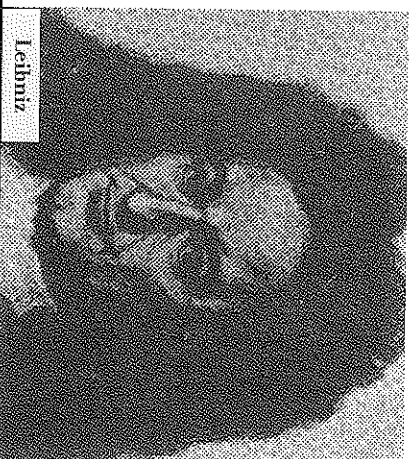
borde de la mesa y te comes el chocolate. Pero, en teoría, has dado una infinidad de pasos. Escrito en fórmulas, lo que acabamos de hacer es ver que

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = 1$$

Fíjate en los puntos suspensivos, porque son muy

importantes. Si te hubieras parado en cualquier momento intermedio, no habrías llegado aún a la mesa ni al chocolate.

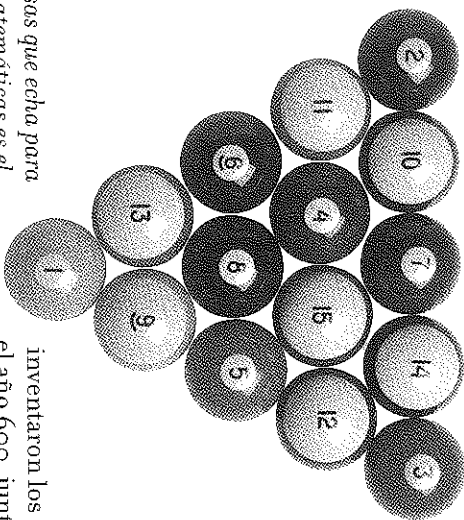
El cálculo infinitesimal fue descubierto por Newton y Leibniz a mitad del siglo XVII. Por cierto, que se estuvieron peleando mucho tiempo entre ellos para ver quién lo había descubierto antes.



Leibniz



# ¿“Do you speak” matemáticas?



*Una de las cosas que echas para atrás de las matemáticas es el hecho de que se emplean muchos símbolos abstractos.*

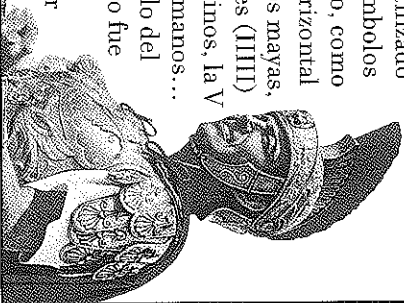
Pero recordemos que también las letras son símbolos, y las notas musicales, y hasta los iconos que rodean tu pantalla del ordenador. Cada ciencia, y hasta cada arte, tiene su lenguaje propio. Algunos de estos símbolos nos resultan tan familiares que nos da la sensación de que han existido siempre. Sin embargo, fueron inventados no hace tanto.

**Uno por uno es uno...**

5 Naturalmente, éste es el símbolo del número cinco. Estas cifras las

inventaron los indios allá por el año 600, junto con las otras ocho (del 1 al 9). De ellos los aprendieron los árabes, que extendieron estos símbolos por toda Europa. Por eso se les llaman números “árabes” (¿Qué injusticia para los indios!). Hasta entonces, se habían utilizado distintos símbolos para el cinco, como una raya horizontal

(—) entre los mayas, cinco palotes (IIII) entre los chinos, la V entre los romanos... o: El símbolo del número cero fue inventado también por



Como cualquier arte, las matemáticas tienen su lenguaje propio. Al realizar la operación más simple, estamos utilizando descubrimientos de siglos de historia de la humanidad.

los habitantes de India, pero doscientos y pico años después que el resto de las cifras. La invención del cero fue un paso importantísimo para el desarrollo de las matemáticas (¿Por eso los profes lo usan tanto!).

(+ y -) Son los símbolos que utilizamos para sumar y restar. No hay constancia de que se conocieran antes de 1514. Ambos parecen proceder de los símbolos con que, en el puerto de

Hamburgo, se marcaban las mercancías, indicando si excedían o no llegaban a la cantidad estipulada: la equis (X) para multiplicar es, en realidad, la “cruz de San Andrés”; la utilizó en 1631 el inglés Oughtred. Leibniz utilizó con el mismo uso el punto, que aún usan en los países anglosajones; los dos puntos para dividir (:); fueron también cosa de Leibniz, hacia 1690.

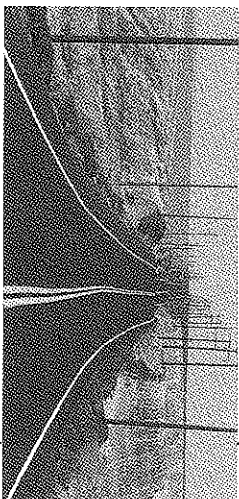
Es decir, que ni Alejandro Magno ni Colón conocieron nunca los símbolos para sumar, restar, multiplicar o dividir.



ANNO  
MDCCLXXVIII

**Te presento a “pi”**

(=) El símbolo igual fue inventado por el matemático inglés Robert Recorde en el siglo XVI. Él lo pintaba mucho más largo. Lo utilizó porque decía que no existían dos cosas más iguales que dos líneas paralelas de la misma longitud.



(π) Este es uno de los símbolos más famosos de las matemáticas: se trata de la letra “pi” y se usa para expresar la relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia (es precisamente la inicial de “periferia” o contorno de la circunferencia). Empezó a usarse en el siglo XVIII.

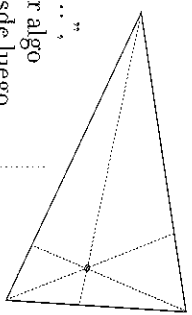
(∞) Y terminaremos, por ahora, con el símbolo del infinito. Es decir, eso que puedes empezar a contar y no terminas nunca... Este símbolo lo inventó un matemático inglés llamado Wallis allá por 1650.

# ¿Se pueden comer las matemáticas con cuchillo y tenedor?



Para llevar a cabo su cometido, las matemáticas necesitan algunos instrumentos (como el tenedor para comer). Uno de los instrumentos más importantes es "la demostración".

Todo el mundo dice: "Está demostrado que...". pero ¿qué es demostrar algo matemáticamente? Desde luego, algo muy diferente de lo que significa en la vida ordinaria. En matemáticas algo está demostrado cuando es verdad siempre, aunque nadie pueda comprobarlo. Por ejemplo, si decimos que en un triángulo las tres alturas se cortan en el mismo punto (que, por

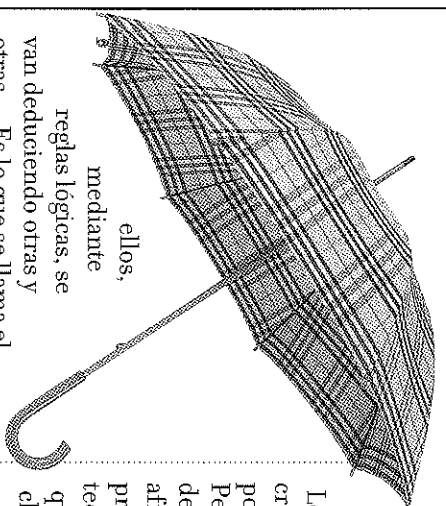


cierto, se llama ortocentro, mucho gusto), estamos afirmando que esa propiedad se cumplirá en todos los triángulos, no sólo en los que podamos dibujar, aunque fueran millones de millones.

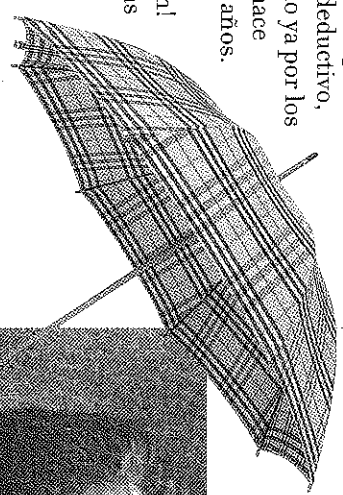
¿Y cómo se puede demostrar eso?

Si demostrar es mucho más que sólo comprobar, habrá que buscar un método de demostración. Para ello, en matemáticas se parte de unas afirmaciones básicas (los axiomas), que nadie puede poner en duda y, a partir de

Demstrar sirve para deducir cosas desconocidas a partir de otras conocidas. Así se puede llegar muy muy lejos.



ellos, mediante reglas lógicas, se van deduciendo otras y otras... Es lo que se llama el método deductivo, inventado ya por los griegos hace miles de años.



¡atención! Las reglas tienen que ser lógicas de verdad. No vale decir: "Como soy rubio, mañana lloverá". Por eso, a veces encontramos el razonamiento adecuado lleva años... o siglos.

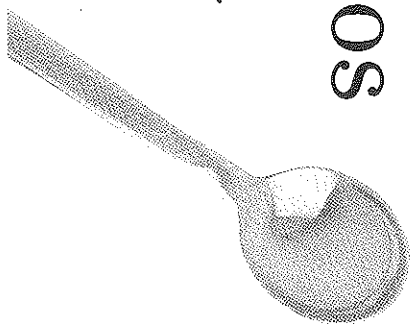
Pero ¿se puede demostrar todo?

Los matemáticos siempre habrían creído que en toda afirmación se podía probar su veracidad o no. Pero un matemático, Kurt Gödel, demostró en 1931 que existen afirmaciones que no pueden ser probadas: es lo que se llama el teorema de incompletitud... Nos quedamos todos un poquito chafados.



Gödel

# ¿Y si usamos también la cuchara?



Otro instrumento muy útil, que los matemáticos utilizan para resolver problemas, son las "ecuaciones" que, efectivamente, vienen del término latino "igualar".

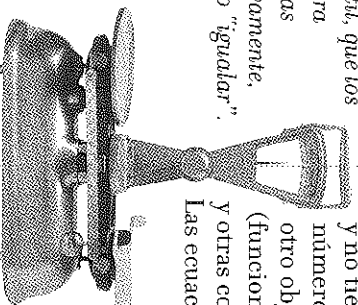
¿Cómo se hace? Se buscan dos modos distintos de escribir una misma cosa y se igualan entre sí. Por ejemplo, si estamos buscando algo que no conocemos (y que llamaremos "x"), pero sabemos que al sumarle 3 se convierte en el doble, podemos escribir que  $2x = x + 3$ ; de donde, aplicando ciertas reglas, sale que la "equis" es igual a 3.

## Ecuaciones para todo

La parte desconocida de la ecuación (lo que queremos calcular, la "x") se llama incógnita

y no tiene por qué ser un número, sino que puede ser otro objeto matemático (funciones, matrices, operadores y otras cosas raras...).

Las ecuaciones pueden ser de muchos tipos: algebraicas (como las que acabamos de ver) o diferenciales, que son importantísimas, porque regulan los procesos continuos (cómo se derriben los casquetes polares, cómo se quema

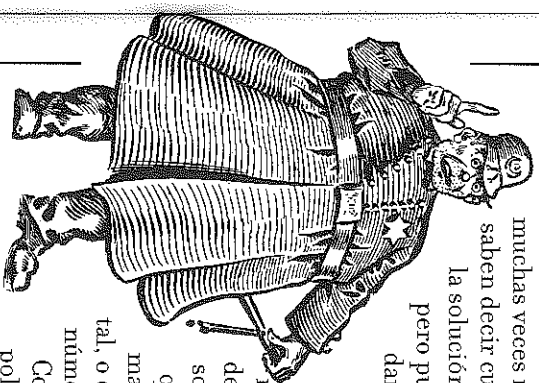


Establecer la igualdad entre dos proposiciones es el primer paso para resolver las incógnitas que pueda haber en ellas.

el combustible de un cohete, cómo va variando éste su trayectoria con el tiempo, etc).

Encontrar ecuaciones, aunque ya es a veces complicado, es sólo el primer paso. Luego hay que saber cómo resolver esa ecuación. Te parecerá raro, pero puede ser difícilísimo, hasta el punto de que los matemáticos han

desarrollado un vicio: muchas veces no saben decir cuál es la solución, pero pueden dar un



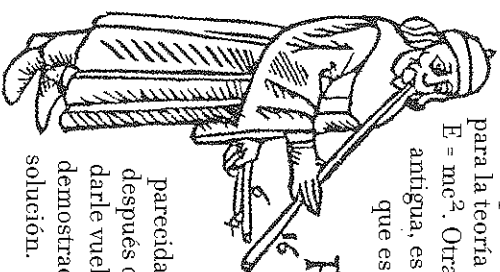
montón de datos sobre ella: que si es mayor que tal, o que es un número par... Como la policía cuando

investiga un caso y sabe que el delincuente es rubio, fuerte, con un coche rojo... pero aún no sabe quién es.

## Ecuaciones en el "hit parade"

Hay ecuaciones muy famosas, como la que descubrió Einstein para la teoría de la relatividad:

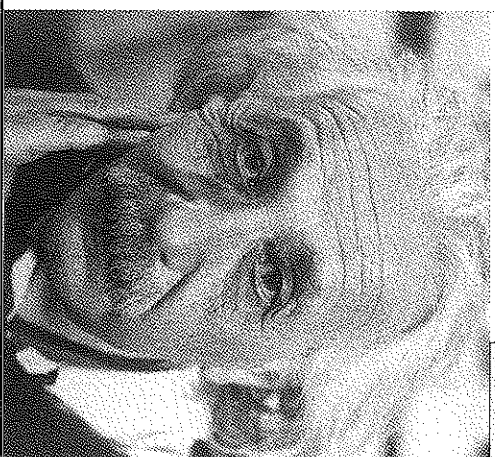
$$E = mc^2. \text{ Otra, mucho más antigua, es } x^2 + y^2 = z^2, \text{ que es el teorema de}$$



## PITÁGORAS

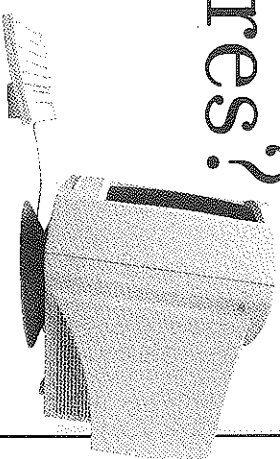
Pitágoras. En cambio, otras ecuaciones

parecidas (como  $x^5 + y^5 = z^5$ ), después de 350 años de darle vueltas, se ha demostrado que no tienen solución.



Einstein

# ¿Sabern matemáticas los ordenadores?



*El lenguaje propio, la demostración, la ecuación... son instrumentos que usan los matemáticos para su altísima labor. Pero el instrumento que de verdad más utilizan es el ordenador.*

Hoy día hay programas matemáticos que calculan y hacen todo tipo de operaciones. ¡Así que ya no habrá que estudiar más matemáticas! Bueno, no es exactamente así. Para empezar, los ordenadores son máquinas que sólo sirven para calcular, una herramienta a la que hay que

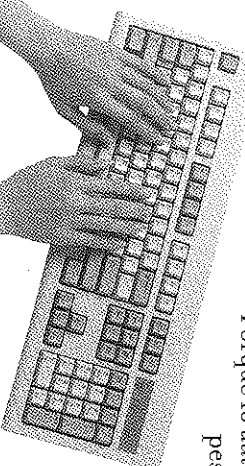
decirle lo que tiene que hacer. Por poner un ejemplo, el ordenador puede usarse para resolver una ecuación, pero no será nunca capaz de plantearla.

### Más tiempo para pensar

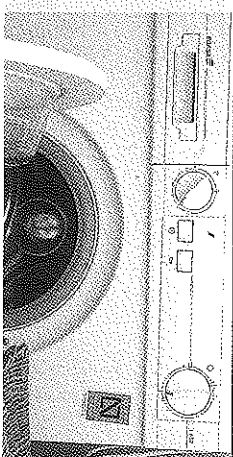
Los que pensaban que con los ordenadores las matemáticas iban a perder importancia se han equivocado. Al contrario, el estudio de las matemáticas es ahora mucho más interesante.

Porque lo auténticamente pesado es hacer

esas cuentas y cálculos tan largos y aburridos. Justamente eso lo hacen



Los ordenadores y la informática han sido un producto de las matemáticas (con la física y la electrónica en la parte de "hardware") que ha revolucionado nuestra sociedad.



ahora las máquinas (como la lavadora o el fregaplatos), de modo que nosotros podamos dedicarnos a pensar.

¿Te imaginas el disgusto que tendría hoy el matemático L. Van Ceulen, que empleó diez años de su vida calculando 30 decimales del número  $\pi$ ..., y que

ahora hace un ordenador en milisegundos? La llegada de los ordenadores ha revolucionado el mundo de las matemáticas.

Primero, porque ha permitido recuperar aún más su función fundamental de enseñar a

pensar, pudiendo trabajar sobre problemas reales sin miedo a los números que salgan. Por ejemplo, los ordenadores se usan hoy en todos los problemas de simulación de lanzamientos de naves espaciales, para experimentar cómo se va a comportar un cohete, si va a estallar o no, etc. ¡Como

comprenderás, no se puede lanzar un cohete sólo para probar!

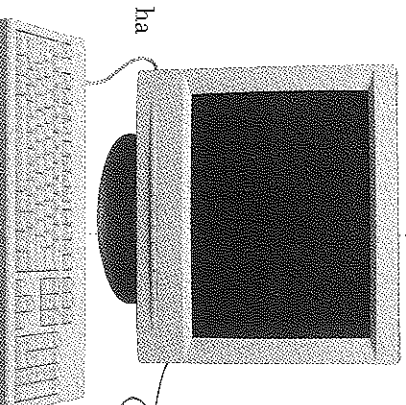
### Algoritmos con ritmos

Segundo, porque la posibilidad de hacer grandes cálculos ha desarrollado muchísimo la importancia de los métodos de cálculo. Ya no nos

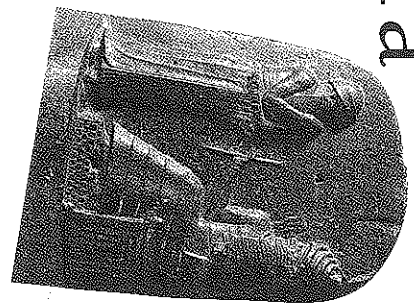
conformamos con decir propiedades de lo que queremos hallar; queremos calcularlas, fabricar "algoritmos" que las produzcan y, además, lo más rápido posible.

La cantidad de las operaciones (y, por tanto, del tiempo)

necesarias para resolver un problema se llama complejidad de algoritmos, y está muy de moda. Muchos algoritmos llevan en su etiqueta el tiempo que tardan en resolver un problema: "Este método resuelve este problema en 15 segundos; aquél, en 13,5 segundos", etc.

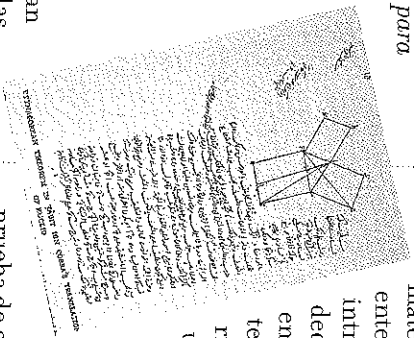


# ¿Qué hemos hecho nosotros para merecer esto?



*Quizá sea bueno a estas alturas, y para que no te angusties pensando que esto te pasa sólo a ti, hacer un breve repaso de por donde han ido las matemáticas en, pongamos, los últimos 3.000 años. Así, para empezar...*

Las civilizaciones egipcia y babilónica habían resuelto ya muchos problemas: conocían fórmulas aproximadas para el cálculo de áreas de polígonos regulares y circunferencias, y sabían resolver algunas sencillas ecuaciones algebraicas. Pero era por métodos que podemos llamar experimentales.



## ¡Qué listos eran los griegos!

Los griegos, hacia el siglo V antes de Cristo, dieron el primer paso revolucionario, creando la matemática tal y como la entendemos actualmente: introdujeron el método deductivo, y con él empezaron a demostrar teoremas rigurosamente. Fue una época de esplendor sobre todo para la geometría, pero también para los números y las ecuaciones. Buena prueba de ello es la cantidad de nombres famosos que aún perduran: Pitágoras, Euclides, Arquímedes, Platón...

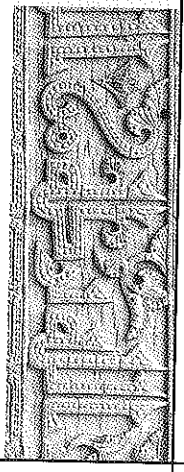
No menos que el arte o las ciencias, las matemáticas han acompañado todo el desarrollo de la civilización.

Tras los griegos llegaron los romanos, que eran más técnicos que científicos, y las matemáticas (que, como hemos visto, son algo más bien abstracto) tuvieron un considerable parón, sobre todo en Europa.

## Indios, árabes...

Hasta el año 600 no se inventó, en la India, el sistema de numeración que hoy utilizamos. De la India, el testigo matemático pasó después a los árabes, quienes lo extendieron a toda Europa, al tiempo que se ocupaban fundamentalmente de la resolución de ecuaciones (aunque muchas veces con métodos geométricos). Y el álgebra fue la protagonista indiscutible hasta el Renacimiento.

En el periodo siguiente comenzó una vuelta a la naturaleza: se intentaba explicar su comportamiento mediante leyes matemáticas. El siglo XVII es realmente importante: Descartes y Fermat inventan la



representación gráfica por coordenadas. Pascal habla por primera vez de probabilidad, y Newton y Leibniz descubren el cálculo infinitesimal. Todo ello se continúa en el siglo XVIII.



Fermat

El siglo XIX fue también un siglo de esplendor: se desarrolló el cálculo infinitesimal y se aplicó a multitud de problemas: surgió el estudio de las funciones, se descubrieron las geometrías no euclideas y se desarrolló una concepción de la geometría que daría lugar a las variedades abstractas. Fue el siglo de Gauss, Riemann y Poincaré.

Con el siglo XX las matemáticas se especializaron en multitud de campos. Se ha dado especial importancia a la lógica, la teoría de los conjuntos y el álgebra abstracta, con la consecuencia a veces desagradable de un formalismo exagerado, pero también con sorpresas agradables, como el nacimiento de la informática.

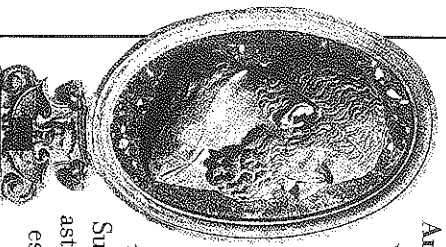
# ¿Quién es tan loco como para dedicarse a esto?



*Durante miles de años, ha habido cantidad de gente que se ha apasionado por las matemáticas y les han dedicado con entusiasmo sus vidas. Como nombrarlos a todos es imposible, citaremos sólo tres genios inmortales.*

## Arquímedes

Vivió tres siglos antes de Cristo y, sin ánimo de desmerecer a nadie, podemos decir que fue el matemático más importante de toda la antigüedad. Su padre era astrónomo y él mismo estudió astronomía.



Miles de personas han vivido la dedicación a las matemáticas como la cosa más apasionante de su vida.



## Isaac Newton

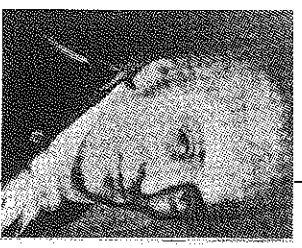
Ya hemos hablado de él como descubridor del cálculo infinitesimal.



Pero ha sido uno de los grandes genios de la historia, y sus leyes siguen explicando por qué caen las manzanas de los árboles, el movimiento de los planetas, las fuerzas, la óptica, etc. Su libro *Principia Mathematica* es posiblemente el tratado científico más conocido de toda la historia. Nació en 1642 y ni de niño ni en sus primeros años en la Universidad de Cambridge dio señales de que iba a ser un gran científico. Pero fue él quien sentó las bases de la física y de las matemáticas modernas. Además del cálculo infinitesimal, estudió intensamente métodos de representación de curvas, resolución de ecuaciones, el teorema binomial, etc. La importancia de sus descubrimientos fue reconocida por la reina Ana de Inglaterra, quien le nombró lord en 1705.

## Karl Gauss

Al contrario de Newton, Karl Friedrich Gauss fue un niño precoz para las matemáticas.



Nació en 1777 y, cuando tenía sólo 10 añitos, su profe de mates mandó en clase, para tenerlos ocupados, que sumaran todos los números del 1 al 100. A los pocos segundos, Gaussito entregó su pizarra al profesor (entonces no se utilizaban cuadernos), con el resultado correcto: 5.050. Había descubierto sobre la marcha la fórmula  $1+2+3+\dots+n = n(n+1)/2$ . Sin duda él ha sido el rey de los matemáticos. Pero no sólo: se hizo famoso entre los astrónomos porque fue capaz de calcular la órbita y predecir el lugar y el momento de la aparición del asteroide Ceres. Descubrió importantes propiedades de los números, por los que tuvo siempre especial predilección, y sentó las bases de la geometría moderna cuando tuvo que hacer una cartografía de Alemania.



# ¿Son las matemáticas cosa de chicas?



*Ha habido también grandes mujeres matemáticas, aunque, por las especiales circunstancias históricas en que la mujer se ha encontrado, poquitas.*

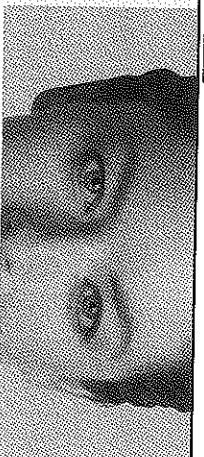
Hubo un tiempo, por ejemplo, en que para ser profe de Universidad había que ser cura..., así que las mujeres quedaban automáticamente

excluidas. En cambio, hoy en las universidades hay más chicas que chicos.



**Maria Agnesi**  
¿Empezamos hablando de María Agnesi? Como habrás adivinado, era italiana. Nació en Milán en 1718 y fue una niña

Las matemáticas no son una ciencia "masculina", y aunque las circunstancias históricas no favorecieron que las mujeres se dedicaran a ellas.



para que la dejara estudiar, se encontró con la dificultad de que en la recién abierta École Polytechnique no admitían mujeres (y eso que ya había pasado la Revolución Francesa!).

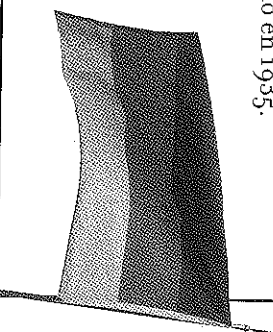
Entonces se le ocurrió hacer llegar sus observaciones a uno de los



profesores, pero firmando como M. Leblanc. El mismo seudónimo utilizó en sus cartas a Gauss. Fue a raíz de la petición de Sophie durante la invasión de Alemania por Napoleón para que no se hiciera daño a Gauss, como éste descubrió finalmente que M. Leblanc era en realidad una mujer. Sophie desarrolló también trabajos de física. En 1816 uno de esos trabajos ganó el premio de la Academia de las Ciencias, por lo que finalmente fue aceptada por los matemáticos franceses de su época.

**Emmy Noether**  
La mujer considerada la matemática más importante de la

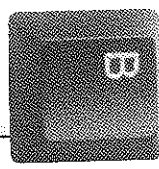
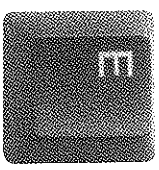
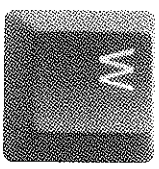
historia es Emmy Noether, la madre del álgebra moderna. Nació en Alemania en 1882 y era hija de un profesor de matemáticas de la Universidad. Pese a eso, cuando con 21 años quiso seguir los estudios de matemáticas, no le permitieron matricularse en la Universidad, por ser mujer. Mas tarde, y cuando sus descubrimientos matemáticos ya eran conocidos, otro matemático famoso, D. Hilbert, intentó que la contrataran en la Universidad de Göttingen. Tardó cuatro años en conseguirlo, al final de los cuales le ofrecieron un puesto... ¡sin sueldo! Finalmente, emigró a Estados Unidos (era judía y su situación en Alemania era trágica), donde murió en 1935.



# Y a partir de

# ahora,

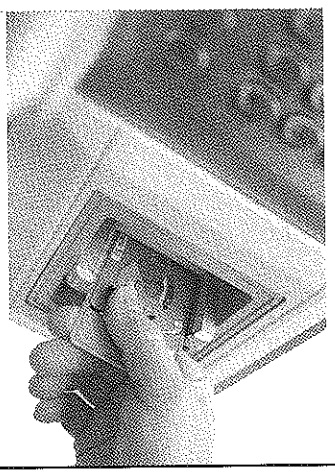
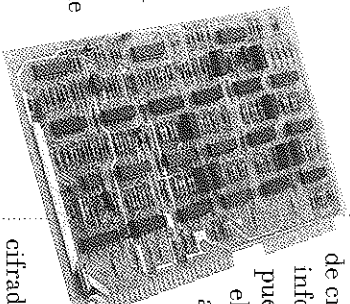
# ¿qué?



Ya hemos visto que las matemáticas aparecen hoy por todas partes. ¿Y en el futuro? Tenemos una buena noticia para los amantes de las matemáticas: su presencia será cada vez mayor en la sociedad y en nuestras vidas.

### El superespía Matemático

Nadie puede negar, por ejemplo, que estamos en la era de la información. La transmisión de datos es constante, y en su tratamiento y sobre todo en la seguridad de esa transmisión hay problemas matemáticos muy serios, muchos de ellos aún sin resolver del todo, y en los que hay invertidos miles de millones. Algunos incluso están declarados "top-



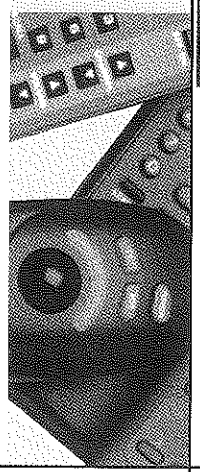
secret". Cada vez que hacemos una operación bancaria por Internet, o que se envía el número de la tarjeta de crédito, hay que cifrar esa información para que no nos la puedan "robar", y firmarla electrónicamente para autentificarla. Imagínate si se trata de mensajes secretos de verdad (del Pentágono a la OTAN, por ejemplo). Todos los mensajes están cifrados y la técnica de cifrado está basada en un algoritmo matemático de teoría de números.

El mundo se matemática, cada vez más, pero esa invasión de las matemáticas se hace en campos que nos resultan más simpáticos y familiares que las matemáticas antiguas.

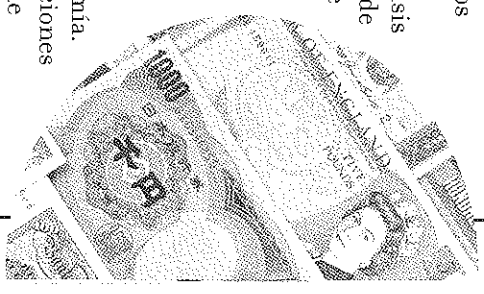
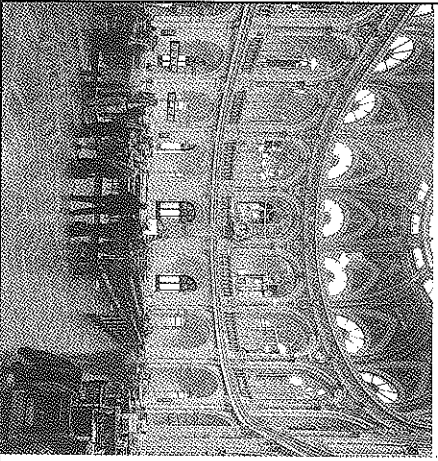
¿O creías que eso de los espías ya no existía? Si el superespía Matemático consigue inventar un método para descifrarlos, será el hombre más rico del mundo.

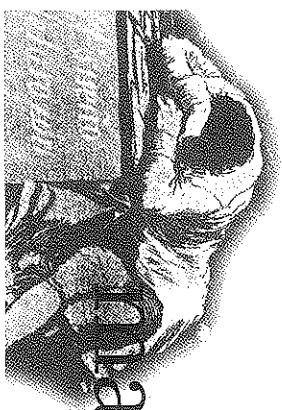
### Matemático Millonitis

Si lo que te interesa es, en cambio, el mundo de las finanzas, eso de la Bolsa que sube y que baja, también tenemos buenas noticias. Aquí también se usan cada vez más matemáticas. Comprar y vender acciones por intuición ya está pasado de moda. Ahora se hacen paquetes de valores (como cuando vas a la compra: cuarto de kilo de aquí, medio de allí, etc.) para optimizar los beneficios y minimizar el riesgo. Para eso se

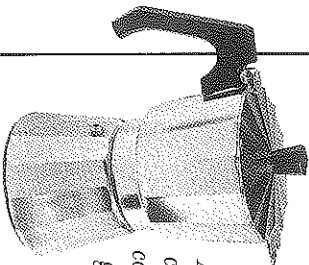


hacen unos estudios matemáticos muy complicados (análisis estocástico, teoría de juegos...). Para que veas que no mentimos, hace unos años, a J. Nash, un importantísimo matemático, le dieron el Premio Nobel... de Economía. Junto a esas aplicaciones prácticas (de las que podríamos citar muchas más, como robótica, simulación de vuelo, diseño asistido por ordenador, etcétera), las matemáticas abordan el futuro acarreado problemas "de toda la vida", que llevan años, incluso siglos, esperando que alguien los resuelva. Te ponemos simplemente uno de ellos, por si te animas a resolverlo tú: toma un número cualquiera que sea par: ¿podemos decir que es siempre la suma de dos números primos? Prueba, prueba unos cuantos:  $4=1+3$ ,  $10=3+7$ ,  $24=5+19$ , Pues desde 1742 en que C. Goldbach lo propuso, nadie ha podido aún responder a esa pregunta.





# ¿Cómo es la vida de un matemático?

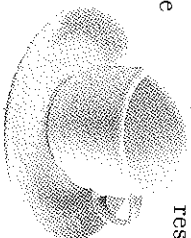


*Depende de la hora, naturalmente. Aunque durante las conferencias hay una costumbre bastante generalizada: muchos echan una cabezadita...*

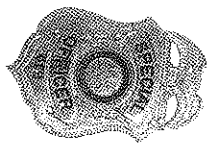
Otra costumbre común entre los matemáticos es retirarse por cosas que a nadie más que a ellos les hacen gracia. Eso, y tomar mucho café: hay un chascarrillo entre ellos que dice que un matemático es alguien que transforma el café en teoremas.

**Los matemáticos... matemáticos**

Bromas aparte, lo que hace un matemático depende, claro, del



Todo eso es normal y hasta detectives.



si tienes en cuenta que el matemático es alguien que es capaz de pensar lógicamente y con una gran capacidad de aprender (¿te acuerdas del significado en griego de la palabra "matemática"?).

tipo de trabajo que tenga. Se suele

pensar que el ámbito laboral de los matemáticos es bastante limitado:

La Universidad o la enseñanza;

pero no todos se dedican a ello:

los hay empresarios, asesores de bancos y sistemas financieros, en programas espaciales, en diseño

asistido por ordenador,

responsables de los horarios de los trenes,

políticos...

y hasta

detectives.

Todo eso

es normal

si tienes en

cuenta que el

matemático es alguien

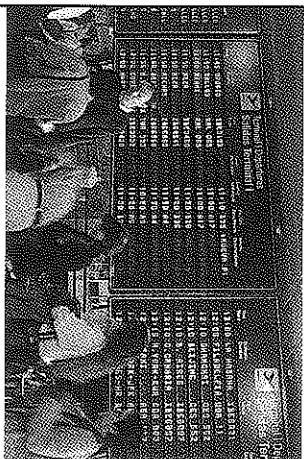
que es capaz de pensar

lógicamente y con una gran

capacidad de aprender

(¿te acuerdas del significado en griego de la palabra "matemática"?).

Los matemáticos no se dedican hoy ya sólo a la enseñanza.



**Los matemáticos viajan**

Los matemáticos que se dedican a la investigación se ocupan de

resolver problemas, situándolos en un marco general, buscando leyes de forma que la solución sirva para

todos los casos en los que nos encontremos en las mismas

condiciones. Estas condiciones de partida se llaman hipótesis, y la ley general que los matemáticos

demonstran a partir de ellas es un teorema: siempre que estemos

en estas hipótesis, sucede tal y tal cosa y la solución se

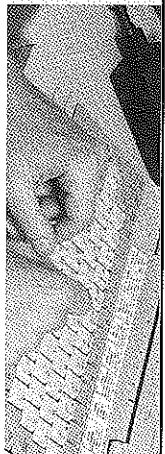
obtiene de tal y tal forma. En resumen, que se dedican a

demonstrar teoremas. Luego los pasean a lo largo y ancho de

este mundo: los envían a publicar en alguna de las

muchas revistas que existen: los cuentan en

conferencias por las



distintas universidades del planeta: en los

congresos de

matemáticos que

hay a lo largo

del año (por

supuesto

siempre en

sitios muy

bien

escogidos...).

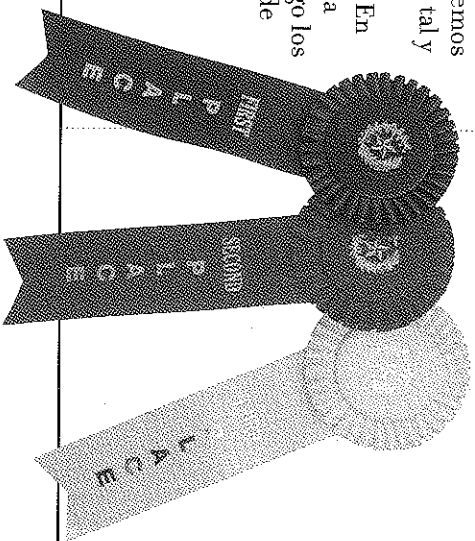
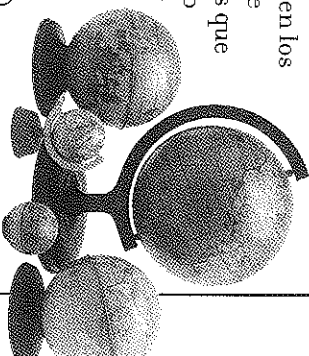
Lo que nunca podrá obtener un matemático es el Premio Nobel,

porque no existe el Nobel en Matemáticas. ¿La razón? Búscala en *La garita del sin-verguenza*. Por

eso la Unión Matemática Internacional ha creado unos

premios específicos: las medallas Fields, que son, entre los

matemáticos, el equivalente de los famosos Nobel.

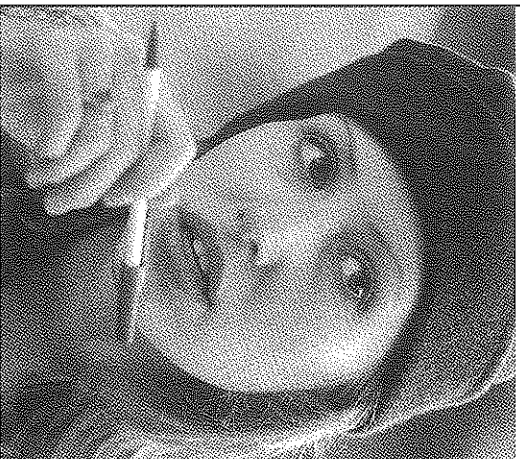




# ¿Qué hay que hacer para ser matemático?



*Esperamos haberte convencido de que un mundo sin matemáticas sería imposible (y hasta aburrido); e incluso a lo mejor comienzas a pensar... ¡que quizá pudieras llegar a dedicarte a estudiarlas! ¿Por dónde empezar?*



90

## Un poquito de paciencia

Lo primero que hay que tener es paciencia. Por muchas razones, pero sobre todo porque las matemáticas requieren pensar, y eso exige tranquilidad y concentración. Todos sabemos que las ideas rara vez se presentan de repente, sino que suelen ser fruto de horas de reflexión. Y porque las matemáticas se van entendiendo de modo gradual. Luego, y como para cualquier estudio, hace falta mucha curiosidad, no conformarse con lo primero que se te ocurre: plantearse siempre por qué pasa esto y aquello, y qué sucede si cambio por aquí y por allá...

**¡Si es que no sé nada!**

Armado de paciencia y de curiosidad recorrerás la ESO y el



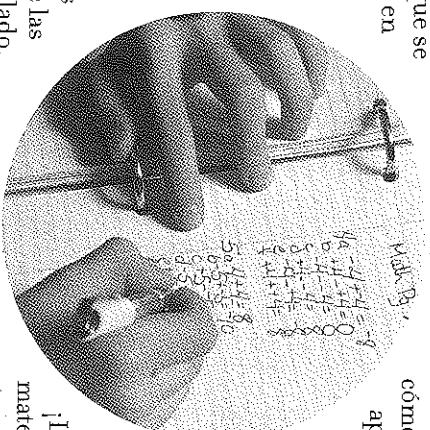
El estudio de las matemáticas es largo, pero cuanto más se sabe de matemáticas, más ganas vienen de saber aún más.



Bachillerato... Y aprenderás muchas cosas. Pero date cuenta de que las matemáticas llevan siglos desarrollándose, así que no te desmoralices si, al final, has visto sólo la punta del iceberg matemático.

Luego vendrá la carrera universitaria de ciencias matemáticas, que se puede estudiar en casi todas las universidades españolas. Dura cinco años y en ella se estudia álgebra, geometría, cálculo, estadística y las demás cosas de las que hemos hablado.

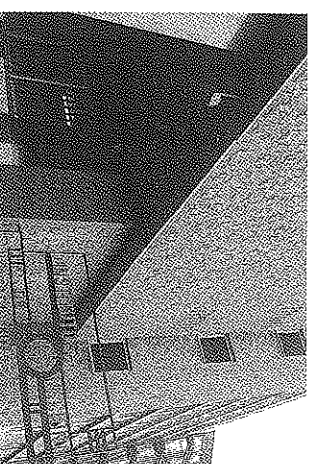
Ahora existe una carrera nueva, la de ciencias estadísticas, con un tronco común con las matemáticas y destinada a estudiar las aplicaciones de la estadística. Al final, tendrás un llamante título: Fulano de Tal, matemático..., lo cual no significa todavía que ya sepas todas las matemáticas.



## ¡De cabeza!

Pero podrás pensar matemáticamente y trabajar aplicando tus conocimientos matemáticos, bien en la propia investigación matemática, o en empresas de todo tipo (haciendo los horarios de trenes, regulando el tráfico de tu ciudad, diseñando

cómo cortar patrones para aprovechar al máximo la tela, haciendo controles de calidad en procesos de fabricación, resolviendo problemas de robots, estudiando la economía de mercado, etcétera). ¡La vida de un matemático es una aventura apasionante!



91

Fija en tu memoria estas 10 frases.

Si un día desaparecieran de la Tierra todos los libros,  
con ellas tú serías capaz de transmitir  
a las generaciones futuras lo esencial  
de lo que has aprendido sobre

### LAS MATEMÁTICAS.

1.

Las matemáticas están presentes constantemente en nuestra vida,  
desde que nos levantamos hasta que nos acostamos.

2.

En el universo existen muchas leyes matemáticas, y nuestro  
conocimiento del mismo es a veces sólo matemático.

3.

Las matemáticas tienen aplicación en el arte. Muchos artistas han sido  
grandes matemáticos.

4.

Las matemáticas son una ciencia viva, en constante evolución.

5.

Las partes "tradicionales" en que se dividen las matemáticas son cuatro:  
álgebra, geometría, análisis matemático y estadística.

6.

El álgebra nos permite manipular cualquier objeto de modo formal,  
incluso los más abstractos y hasta desconocidos.

7.

La estadística es la parte de las matemáticas que más se utiliza hoy,  
sobre todo para calcular las probabilidades de realización  
de alguna cosa.

8.

El instrumento que utiliza el matemático es la demostración,  
deduciendo verdades a partir de axiomas iniciales.

9.

Otro instrumento esencial son las ecuaciones, unas igualdades en las  
que, a partir de elementos conocidos, averiguamos otros desconocidos.

10.

Las matemáticas han alcanzado tal grado de aplicación, que un  
matemático puede encontrar trabajo en los campos más diversos.

# La garita del sin-verguenza



94

Esta sección está dedicada a los que quieren saber todavía más; a los que no se avergüenzan de que los llamen "sabelotodo". ¡A los auténticos sin-verguenza!

## ¿Estabas loco Pitágoras?

La pasión que sentía el sabio griego por los números le llevó a fundar una secta, cuyo lema era "Todo es número". La secta tenía algunos preceptos un tanto rarillos. Entre otros: no se podía saltar por encima de un palo; no se podían tocar las gallinas blancas; no se podía recoger nada que se hubiera caído al suelo... Aunque quizá lo más curioso de todo era la absoluta prohibición de comer habas (según algunos, para evitar producir ventosidades, ya que entendían que con ellas se escapaba el espíritu).



## Herejía pitagórica

La fe de los Pitagóricos se vino abajo el día en que un disidente, Hipaso de Crotona, descubrió que había magnitudes que no se podían relacionar por medio de números o fracciones de números, como por ejemplo la razón entre un lado del cuadrado y su diagonal.

## Inspiración repentina

En la historia de las matemáticas hay varios ejemplos de inspiración repentina. Posiblemente, el más famoso (aunque de dudosa veracidad) es el de Arquímedes cuando, estando tomando un baño, se le ocurrió la ley del empuje y salió desnudo corriendo por las calles de Siracusa gritando: "¡Eureka!" (que significa "¡Lo he encontrado!").

Un caso menos conocido (pero absolutamente verídico) es el del matemático irlandés J. Hamilton, que llevaba varios años pensando en cómo multiplicar los puntos del espacio para tratarlos como números. Una tarde de 1843, mientras paseaba con su señora por el Gran Canal en Dublín, tuvo la inspiración repentina (¿qué le iría contando su señora?) y, ni corto ni perezoso, grabó con su navaja en el puente de Brougham la fórmula que le acababa de venir a la mente:

$$i^2 = j^2 = k^2 = 1$$

y que ha dado lugar a los llamados cuaterniones de Hamilton.

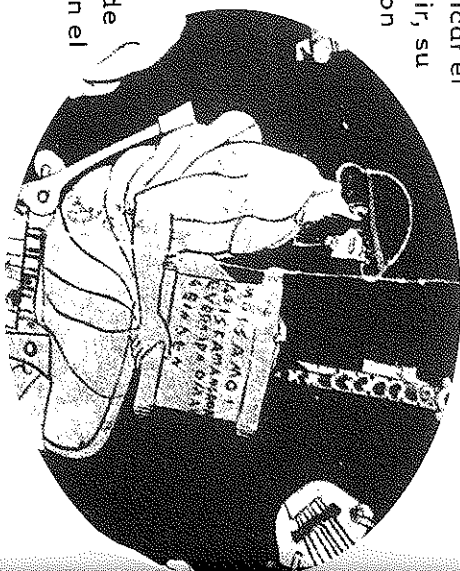


95

## Duplicación del cubo

Otro de los problemas clásicos griegos es el de la duplicación del cubo. La leyenda cuenta que, con motivo de una terrible plaga que afectó a Atenas en el año 428 antes de Cristo, una delegación fue a pedir consejo al oráculo de Apolo en Delos, a lo que el oráculo contestó que la plaga cesaría "cuando duplicaran el altar dedicado al dios" (que era de forma cúbica). Los atenienses rápidamente hicieron otro altar que tenía de lado el doble que el anterior, pero, para su sorpresa, la plaga no cesó, porque el cubo era ahora no el doble, sino 8 veces más grande que el anterior. Entonces comprendieron el significado del oráculo: tenían que duplicar el tamaño del altar, es decir, su volumen. Y construirlo con las herramientas de que disponían: regla y compás.

Desgraciadamente, es imposible tal construcción sólo con esas herramientas, como se demostró más de 2.000 años más tarde, en el siglo XIX.



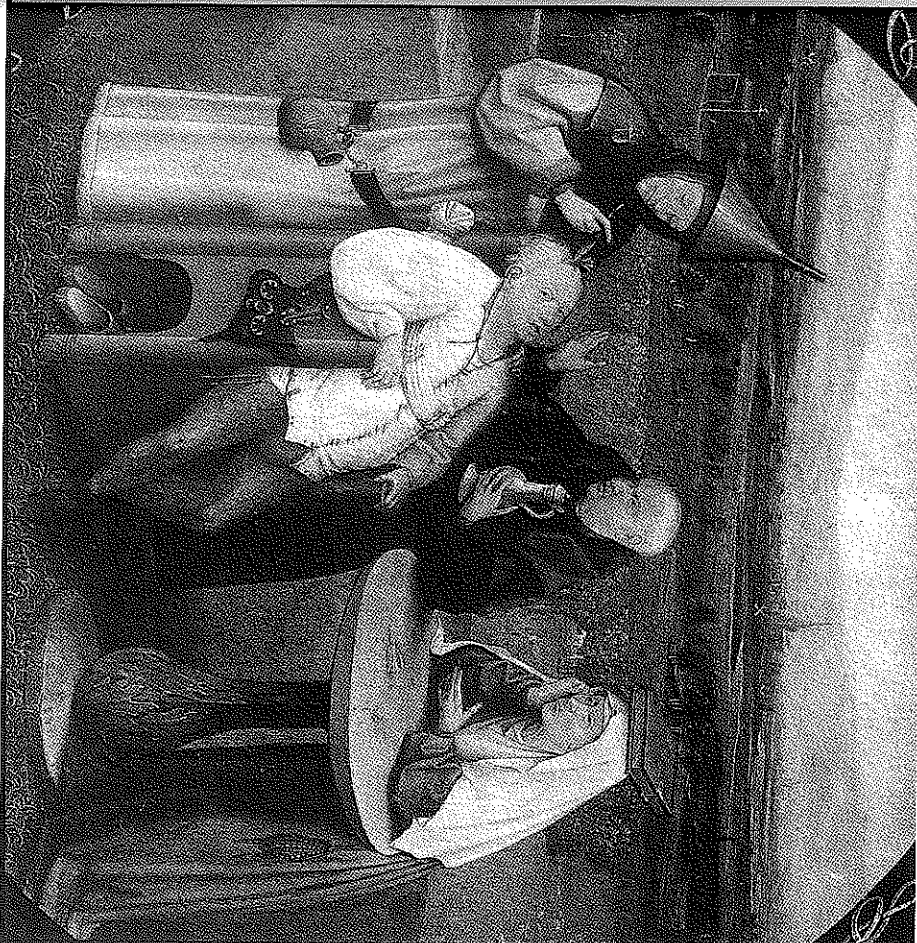
## El cálculo

En latín, una forma de decir pequeña piedra era "calculus" (de ahí vienen las palabras españolas calcañal y hasta calcetín, la italiana "calcio", etcétera). Nuestra actual ciencia del "cálculo" tomó su nombre del hecho de que, al principio, para contar se utilizaban pequeñas piedrecitas.

## LA CÁBALA O CIENCIA DE LOS NÚMEROS

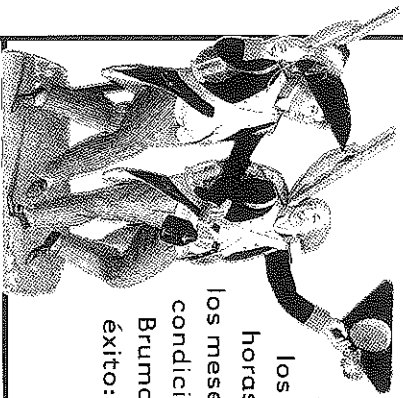
**C**ambié en el Medioevo había pasión por los números: entre los hebreos tomó cuerpo una doctrina mística basada en los números. Según ella, nadie puede llegar a conocer directamente a Dios, sino sólo sus emanaciones. Y son precisamente los números quienes expresan, en sus relaciones, estas aproximaciones a lo divino.

Si quieres saber más sobre la Cábala, entra en la página <http://ar.geocities.com/elhuertodelnogal/biblia12tribus.htm>



## NÚMEROS LOCOS

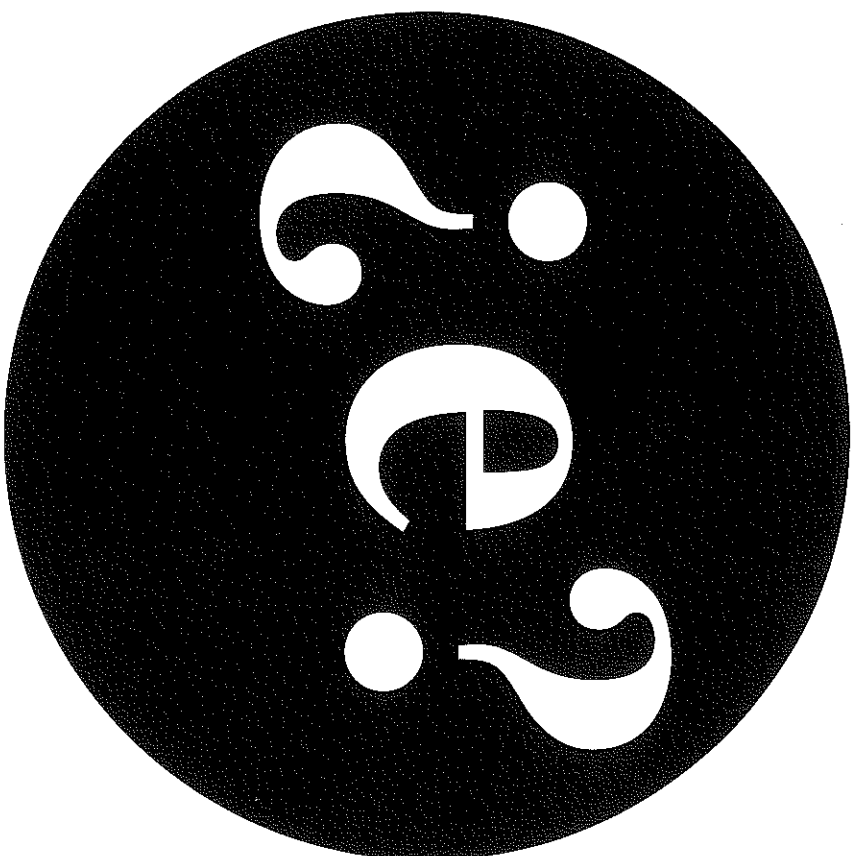
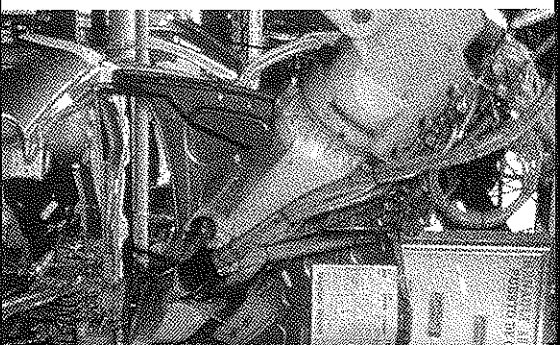
La verdad es que nos hemos acostumbrado a cosas que son poco lógicas, por ejemplo: ¿Por qué los meses no tienen todos los mismos días? ¿Por qué algunos febreros tienen 28 días y otros 29? ¿Por qué los años antes de Cristo se cuentan al revés? ¿Por qué la hora se divide en 60 y no en 100 partes? ¿Por qué septiembre y octubre se llaman así si no son los meses séptimo ni octavo del año?, etc.



La Revolución Francesa, a finales del siglo XVIII, intentó poner un poco de racionalidad en todo esto: impuso todos los meses de 30 días; dividió el día en 10 horas (y cada hora en 100 minutos); puso a los meses nombres que respondían a las condiciones atmosféricas (Nevoso, Lluvioso, Brumario...). Pero sus reformas no tuvieron éxito: duraron sólo 14 años.

### ¡Ni un siglo sin matemáticas!

El año 2000 (último año del segundo milenio) ha sido declarado por la UNESCO año mundial de las matemáticas. En 1900, en el Congreso Internacional de Matemáticas de París, el matemático alemán D. Hilbert expuso una lista de 23 problemas que los matemáticos debían resolver durante el siglo que entonces se iniciaba. Pero alguno de ellos continúa aún sin solución después de 100 años. ¿Quién se anima?



Mientras que todo el mundo sabe de la existencia del número  $\pi$ , pocos saben que hay otro número tan importante o más que él con nombre propio. Se trata del número  $e$ , cuyo valor aproximado es 2,7182812284... Al igual que  $\pi$ , tiene infinitas cifras decimales, porque es un número irracional (y trascendente). Su descubrimiento está relacionado con la invención de los logaritmos por J. Napier en 1614, aunque el nombre de "e" se lo puso Euler en 1728. Los números  $e$  y  $\pi$  aparecen relacionados con mucha frecuencia, como en la ecuación  $e^{i\pi} = -1$ , descubierta también por Euler, en la que aparecen tres de los números con nombre propio más famosos:  $e$ ,  $\pi$  y la unidad imaginaria  $i$ .



# ¡quién fuera matemático!

Además de Pitágoras y sus rarezas, no han faltado matemáticos que han dado algún signo de preocupación:

**Girolamo Cardano**, matemático italiano (1501-1576) dice de sí mismo en su autobiografía que era "rencoroso, traidor, vicioso, obsceno, lascivo, colérico, brutal, testarudo, trapacero, impío...". Entre otras lindesazs, cortó las orejas a su propio hijo. Era

también astrólogo, y muy bueno: predijo larga vida a un rey inglés que murió casi inmediatamente.

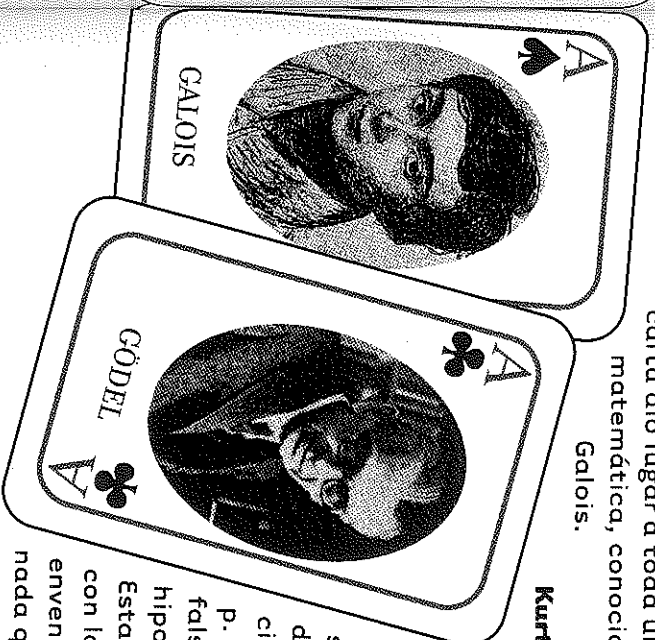
**Laplace**. Si hay un buen ejemplo de matemático capaz de adaptarse a la situación, es el matemático francés Pierre Simon de Laplace.

Nació en 1749 y le tocó vivir la época de la monarquía, la Revolución Francesa, la llegada de Napoleón y el regreso de los Borbones a su caída. Prueba de su habilidad es que dedicó el primero de sus libros (en 1796) al Consejo de los 500 (órgano de la revolución), su libro de 1812 a Napoleón el Grande, quien le nombró conde. En la segunda edición del mismo libro, en 1814, sustituyó esta dedicatoria por un comentario acerca de la predictibilidad de la caída de los imperios y corrió a ponerse al servicio de los Borbones. Hay que decir que el avispado Laplace tenía también fama de apropiarse de los resultados de sus contemporáneos y predecesores sin mayores escrúpulos.



**Evariste Galois**, nacido en 1811, fue el típico ejemplo de matemático marcado por el fracaso. Fue un mal estudiante; intentó repetidas veces entrar en la École Polytechnique sin lograrlo; cuando finalmente logró entrar, fue expulsado por criticar al director... Al final, se vio envuelto en un asunto de faldas y fue retado a duelo. Pasó la noche anterior al duelo redactando una carta a sus amigos, en la que describía sus principales descubrimientos matemáticos. A la mañana siguiente resultó muerto en el duelo. Tenía sólo 21 años. Aquella carta dio lugar a toda una teoría

matemática, conocida hoy como teoría de Galois.



Cuando ella falleció, Kurt murió de inanición.

## Matemáticos sin fronteras

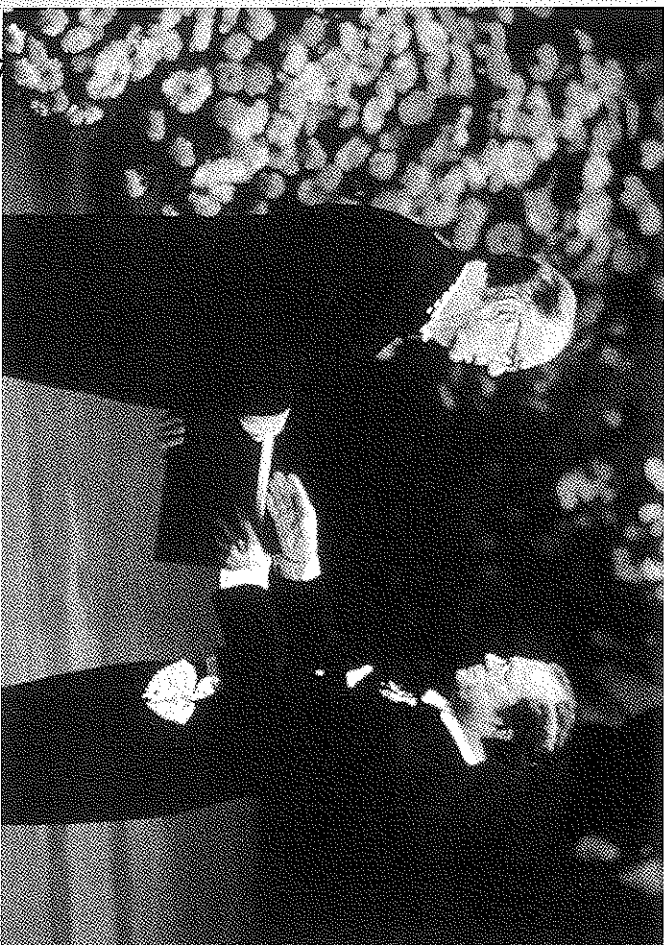
Desde 1897 (hace poco se cumplió el centenario) existe la Unión Matemática Internacional, que hoy acoge a 60 países de todo el mundo. La asociación nació a raíz del primer Congreso Internacional de Matemáticas, que tuvo lugar en Zúrich ese mismo año (el año en que se crearon los premios Nobel y un año después de los primeros Juegos Olímpicos).

## Bourbaki, sólo hasta los 50

Uno de los autores recientes más populares de libros de matemáticas ha sido N. Bourbaki. En realidad este nombre (que corresponde a un general de origen griego del Ejército) es el seudónimo que utilizaron un grupo de matemáticos franceses en el periodo entre las dos guerras mundiales para iniciar un ambicioso proyecto de escribir tratados de presentación de las matemáticas modernas en un nuevo estilo. El grupo inicial estaba constituido por siete matemáticos (todos ellos muy importantes) y se iba renovando conforme iban cumpliendo los 51 años para dar entrada a los jóvenes. La influencia de Bourbaki con su estilo formalista en la matemática actual ha sido grandísima.

## ICOSAS DE MADRE!

Ya hemos contado que Gauss ha sido uno de los reyes de las matemáticas. Cuenta Bolyai (otro matemático) que en una ocasión acompañó a Gauss a visitar a su madre Dorothea. La mujer, aprovechando un momento en que Gauss había salido de la habitación, le preguntó toda preocupada si su hijo llegaría a ser algo en la vida. Cuando Bolyai le respondió que ya era el matemático más importante de Europa, la señora Dorothea rompió a llorar (no sabemos si de satisfacción o porque seguía pensando que aún no era nada).



## No hay Premio Nobel de Matemáticas

No existe un Premio Nobel de Matemáticas (según las malas lenguas, por un lío de faldas entre Alfred Nobel y cierto famoso matemático de su país...). Por eso en ese campo se han creado los premios Fields, para matemáticos menores de 40 años. Establecida en 1932, la medalla Fields se otorga cada cuatro años, en el Congreso Internacional de Matemáticas. (que son como unas Olimpiadas o unos mundiales de fútbol). El último congreso se celebró en Berlín en 1998. Aunque sí ha habido premios Nobel que eran matemáticos; por ejemplo, J. Echegaray.

# Granos de trigo

Seguramente conoces la historia del inventor del ajedrez, que pidió al rey, como recompensa, sólo un grano de trigo por la primera casilla, 2 por la segunda, 4 por la tercera, etc. "¡Que se lo den!", ordenó el rey inmediatamente. Pero cuando fueron a hacerlo se dieron cuenta de que no había suficiente trigo en todo el país (ni en el mundo entero). Y es que el número de granos correspondiente a la última casilla es 2 elevado a 63, es decir: 9.223.372.036.854.775.808

# Primo Guinness

El número primo más grande conocido a fecha de hoy (fue encontrado en abril de 1999) es

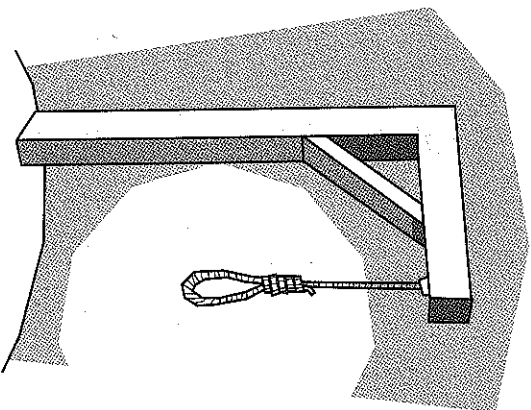
**2^3021377 - 1**

Y es uno de los llamados primos de Mersenne (una potencia de 2 menos uno). Desarrollado, es un número de 909525 cifras. Para hacernos una idea, si estimamos que cada página de un libro tiene 35 renglones y cada renglón 80 caracteres, este primo llenaría él solito un libro de 325 páginas. ¡Y sin ningún punto y aparte!

# Un poco de lógica

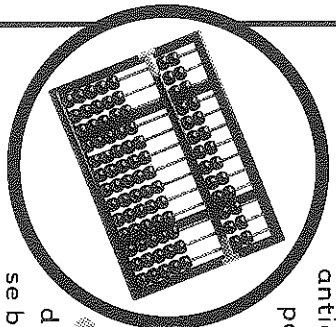
Un prisionero ha sido condenado a muerte. El juez le concede la oportunidad de morir en la horca o en la silla eléctrica.

Para ello deberá decir sólo una frase: si la frase es falsa, será ahorcado; si es verdadera, electrocutado. Tras pensar un rato, el prisionero dice una frase que le permite evitar la ejecución. ¿Qué frase habrías dicho tú?



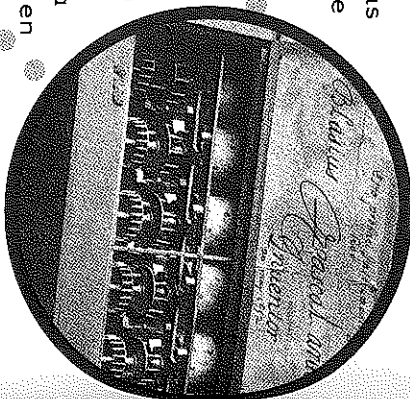
¿Pipa al galps el  
esafj esta gnb por cacajlpxe  
ueden? ".Upacardpxe  
La frase me fue: "en fase safj la

## máquinas de calcular



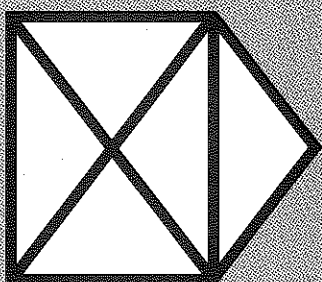
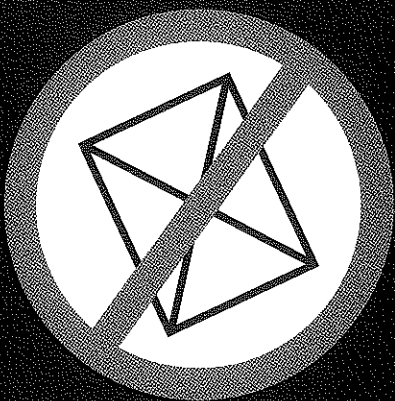
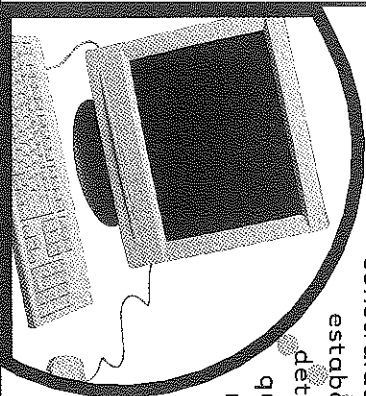
El interés del hombre por fabricar máquinas para calcular es antiquísimo. El intento más antiguo es posiblemente el ábaco chino de varillas y bolas que todavía se usa. La primera calculadora mecánica fue la máquina de sumar diseñada por Pascal en 1642. Un poco más tarde, hacia 1670, Leibniz diseñó una máquina que hacía también multiplicaciones y divisiones. Todas ellas

se basan en una serie de ruedas y engranajes, parecidas a la de un reloj, que se hacen girar con una manivela. El primer intento de construir una gran máquina calculadora capaz de hacer grandes operaciones (de hasta 20 cifras) fue en 1823 por el inglés Charles Babbage, quien diseñó su máquina diferencial. La construcción fue abandonada sin éxito en 1842 porque los mecánicos de su tiempo no podían hacer las piezas con la precisión necesaria.



La primera máquina eléctrica de calcular, con teclado y todo, fue construida por el español Torres Quevedo a principios del siglo XX. El primer computador digital electrónico fue el ENIAC, construido en 1945 en Pensilvania, pero

estaba programado para una sucesión determinada de cálculos, y si éstos se querían cambiar había que modificar muchas de sus conexiones. En 1952, gracias a la ayuda del matemático Von Neumann se construyó en Princeton el MANIAC I, primer computador programable del mundo.



## Cerrado no, abierto sí

Lo habrás hecho más de una vez, pero quizá no sepas la razón.

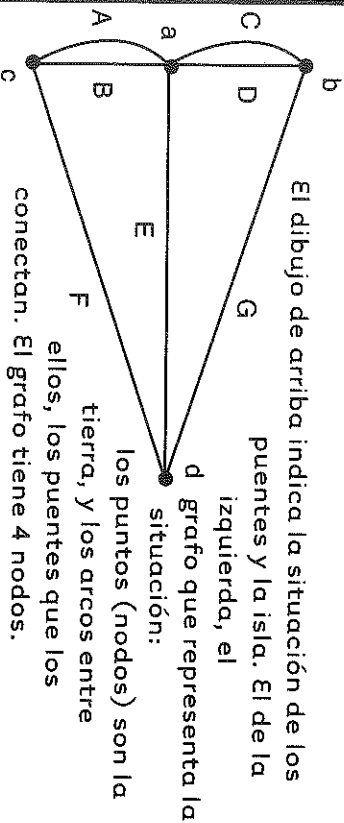
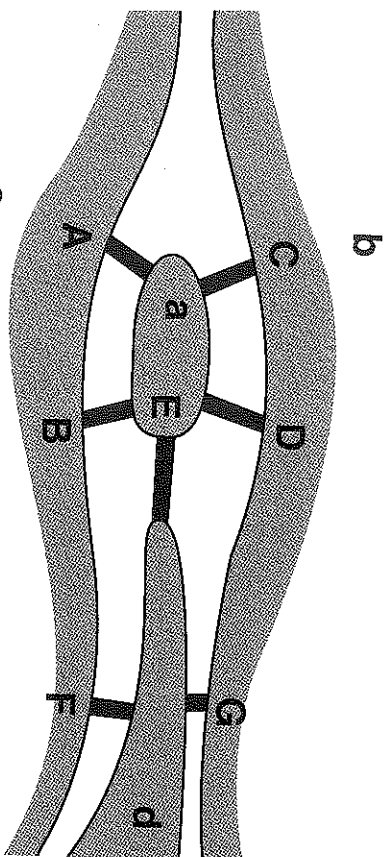
¿Puedes dibujar el sobre cerrado sin levantar el lápiz del papel?

(Y sin pasar dos veces por la misma línea). Verás que el sobre cerrado es imposible, mientras que el abierto sí que se puede.

La explicación matemática la dio Euler en su estudio de grafos: Si el número de vértices impares (es decir, aquel al que llega un número impar de líneas) es 2 o menor, la figura puede recorrerse sin levantar el lápiz. Si es mayor, no. Comprueba que en el sobre cerrado hay 4 vértices impares, mientras que en el abierto sólo hay 2.

## Los puentes de Königsberg

En el libro hemos hablado de la teoría de grafos, y aquí, en *La garita*, de si se puede recorrer una figura sin levantar el lápiz del papel. Pues el origen de todo esto fue un problema bien práctico: en Königsberg (Prusia) el río Pregel rodea una isla (llamada Kneiphof) y se bifurca en dos brazos. La isla y los lados del río están unidos por siete puentes por los que los habitantes de la ciudad dan sus paseos diarios. El problema que estos señores tenían, y por el que se pasaban horas discutiendo, era si se podía dar un paseo (empezando y volviendo al mismo sitio) cruzando todos los puentes una sola vez. Hasta que Euler (que por cierto no vivía en Königsberg) resolvió el problema.

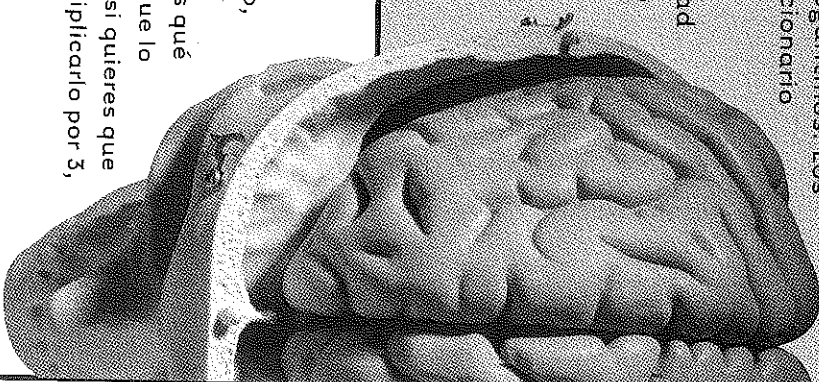


## Una de logaritmos

Los logaritmos fueron inventados en 1614 por el rico escocés John Napier. John no era matemático "profesional", pero era un hombre práctico preocupado por un problema acuciante en su época: idear un procedimiento para simplificar los enormes cálculos que los astrónomos y los navegantes de su tiempo tenían que hacer. Los logaritmos son un truco para convertir los productos en sumas y las divisiones en restas. Entonces se fabricaban una especie de diccionarios (las tablas de logaritmos) que se usaban para operar: si tenías que multiplicar dos números, los buscabas en las tablas y al lado venían sus correspondientes logaritmos. Los sumabas y volvías a mirar en el diccionario el número al que correspondía el resultado obtenido. Las tablas de logaritmos fueron de enorme utilidad para el desarrollo de la navegación, la astronomía y otras aplicaciones numéricas, y se han seguido usando hasta que (afortunadamente) las calculadoras las han hecho desaparecer.

## Números odiosos

Pregúntale a un amigo cuáles es el número, del 1 al 9, que más odia. Dile que lo multiplique por 3 y, luego, por 37. ¡Verás qué sorpresa! Si quieres hacerle burlar, haz que lo multiplique por 3 y, luego, por 37037. Y, si quieres que le rechinen los dientes, después de multiplicarlo por 3, que lo multiplique por 37037037.



# LA PASATIEMPOS MATEMÁTICOS

Uno de los pasatiempos matemáticos del siglo pasado fue el "rompecabezas del 15" o "Jeu de Tanquin", inventado en 1878 por Sam Lloyd. Su popularidad fue tal que se organizaban competiciones, campeonatos... Los patronos tuvieron que prohibir a los obreros su uso durante el trabajo. Quizá lo has visto: es un cuadrado con 4 fichas por lado, con un hueco libre. El juego consiste en ponerlos en un orden cualquiera y lograr colocarlos en orden, deslizando los, del 1 al 15.

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  |
| 5  | 6  | 7  | 8  |
| 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 15 | 14 |    |

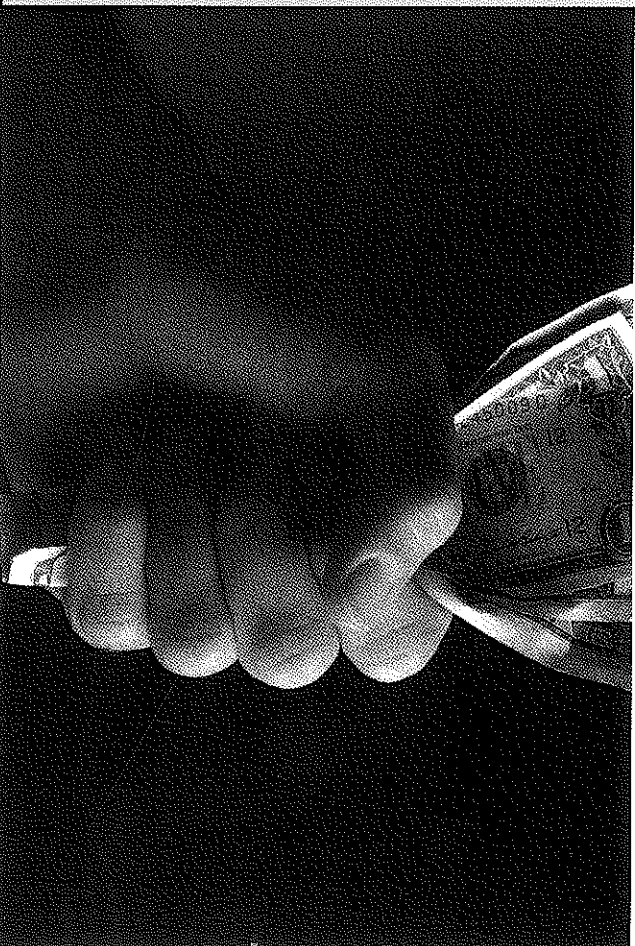
Dos matemáticos americanos demostraron que la mitad de las posiciones iniciales son imposibles de resolver: todas aquellas que contienen un número impar de inversiones en el orden de los números. Por ejemplo, la de la figura es imposible de resolver, porque tiene una inversión (el 14 por el 15).

## GANA MILLONES RESOLVIENDO PROBLEMAS

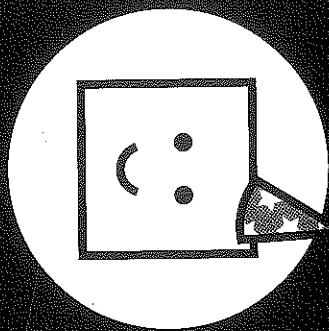
Toma un número cualquiera y, a partir de él, construye una sucesión como sigue: si el número es impar, el siguiente debe ser ese número multiplicado por 3 y sumando 1. Si el número es par, el siguiente será su mitad. Por ejemplo, si empezamos con el 3, la lista será:

3 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1

Verás que siempre llegas al 1. Si no es así, llama corriendo a algún matemático, porque puedes ganar mucho dinero. La cuestión es que no se ha encontrado ningún caso en que no salga 1, pero tampoco se sabe aún demostrar matemáticamente que no exista esa posibilidad.



# ¿CÓMO SE CONSTRUYE UN CUADRADO MÁGICO?



No es fácil..., pero tampoco imposible. Ármate de paciencia... Hecho uno, hechos todos.

1) Traza una tabla de tantas filas y columnas como quieras (con tal de que su número sea impar).

2) Coloca a la derecha de ese cuadrado una columna, y debajo una línea "fantasma" (en gris en el dibujo).

3) Pon el primer número en la casilla central de la última fila real (no la "fantasma"). Puedes empezar por el número que quieras (el de tus años, el del número de tus zapatos, el de los besos que has dado...).

4) A partir de ahí, pon siempre el número consecutivo (en nuestro caso, el 3) en la fila de debajo y en la casilla de la derecha, teniendo en cuenta las siguientes reglas:

- a) Los números que caen en la fila fantasma de abajo, ésta los manda a la fila primera de arriba, en igual posición.
- b) Los números que caen en la columna fantasma de la derecha, ésta los manda a la columna primera de la izquierda, en igual posición.
- c) Al llegar a una casilla que ya está ocupada, nos "cargamos" el número encima, colocándolo en la casilla encima del número anterior (por ejemplo, si debemos colocar el número 10 y la casilla ya está ocupada, colocamos el 10 tranquilamente encima del 9, y seguimos).
- d) Lo mismo hacemos cuando lleguemos a la esquina inferior derecha del cuadrado (es decir, colocamos el número en la casilla de encima).

**Ejemplo:** Comenzando, por ejemplo, con el 2, el tres lo ponemos en la casilla debajo y a la derecha; pero la línea fantasma nos lo manda arriba. Luego, ponemos el 4 abajo y a la derecha del 3, y la columna fantasma nos lo manda a la columna de la izquierda. El 5 caería en la casilla debajo y a la derecha del 4, pero como ya está ocupada por el 2, lo colocamos encima del 4...

|  |   |   |   |  |   |
|--|---|---|---|--|---|
|  | 5 |   | 3 |  |   |
|  | 4 |   |   |  | 4 |
|  |   | 2 |   |  |   |
|  |   |   |   |  | 3 |

Al final, el cuadrado queda así:

Todas las columnas, en todas las direcciones, suman 18.

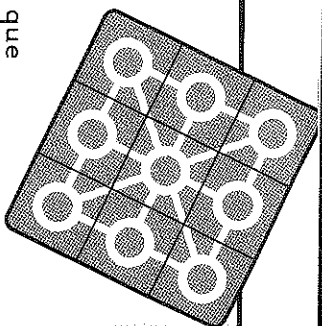
|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 11 | 18 | 25 | 2  | 9  |
| 10 | 12 | 19 | 21 | 3  |
| 4  | 6  | 13 | 20 | 22 |
| 23 | 5  | 7  | 14 | 16 |
| 17 | 24 | 1  | 8  | 15 |

|   |    |   |
|---|----|---|
| 5 | 10 | 3 |
| 4 | 6  | 8 |
| 9 | 2  | 7 |

En este otro cuadrado mágico, que comienza con el 1 pero que tiene 25 casillas, todas las columnas suman 65.

## Las tres en raya

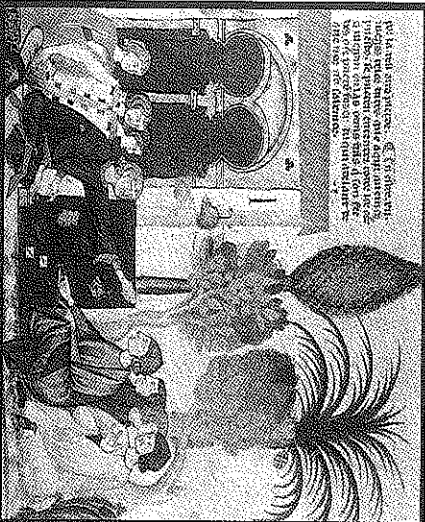
¿Quién no sabe jugar a las tres en raya? Es un juego antiquísimo que ya aparece mencionado varios siglos antes de Cristo. Lo que quizá no has pensado nunca es que el que empieza puede ganar siempre, si comienza colocando en el centro. Para explicarlo, numeramos las posiciones de las tres en raya del 1 al 9, como en la figura.



Tú (con blancas) pones en el 5. Las negras ponen, por ejemplo, en el 1. Tú pones en el 8. Las negras tienen que poner a la fuerza en el 2. Tú pones en el 3 y las negras (forzosamente de nuevo, para que tú no ganes en el siguiente movimiento) tienen que poner en el 7. Ya están todas las fichas en el tablero. Ahora mueves la ficha del 8 al 9 (ya sabes que sólo se pueden mover fichas deslizándolas sobre las líneas, no vale levantarlas) y en la siguiente jugada, la del 5 al 6... y has ganado. Si en la primera jugada las negras no ponen en una esquina, hay que jugar diferente, pero también ganan las blancas en 5 jugadas (te dejamos que adivines cómo). Si a las blancas no se las deja empezar por el centro en la primera jugada, pueden forzar las tablas, pero tienen que empezar poniendo en dos esquinas consecutivas del tablero. De otro modo (y si las negras saben jugar, claro), las blancas perderán siempre.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

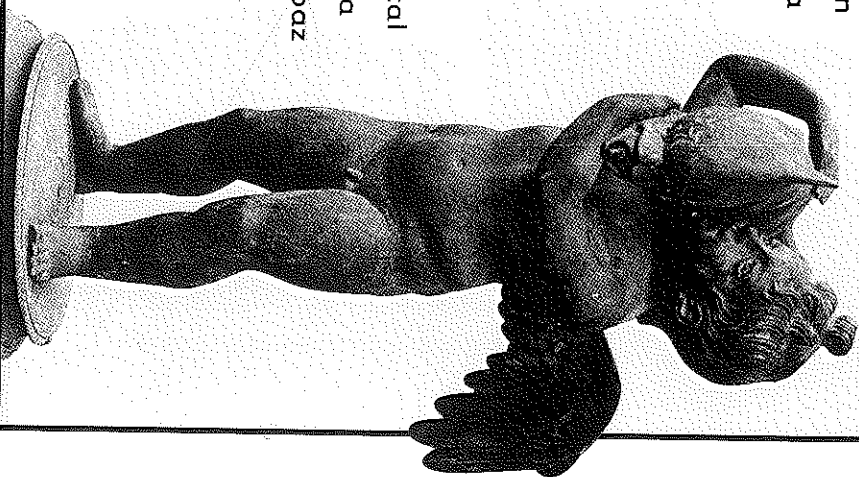
En la foto superior, se ven a un jugador y a un espectador jugando a las tres en raya. El jugador está poniendo una ficha en el centro del tablero. El espectador está mirando el juego con atención.



## ¡Angelitos!

Ahora es muy fácil, porque tenemos las calculadoras, pero hubo un tiempo en que había que hacer las cuentas "a pedal". Entonces se dieron casos como el de Z. Colburn, un americano nacido en 1804, que fue capaz, con sólo 8 añitos, de multiplicar mentalmente dos números, cada uno de 4 dígitos. O G. Bidder, un inglés hijo de picapedrero, nacido en 1806, quien, en una exhibición a los 10 años, supo calcular la raíz cuadrada de 119.550.669.121 en 30 segundos. J. Dase, un alemán nacido en 1824, multiplicaba mentalmente dos números de 20 cifras cada uno en sólo 6 minutos...

El último gran calculista mental fue A. Aitken (nacido en Nueva Zelanda en 1895), que era capaz de recitar los mil primeros decimales del número  $\pi$  sin cometer ni un solo error.





# Matemáticas en la Alhambra

**R**a próxima vez que visites la Alhambra fíjate que, además de su belleza, encierra grandes conocimientos matemáticos. En la decoración de sus paredes aparecen todos los tipos posibles de mosaicos: es decir, 17, porque sólo hay 17 tipos posibles de mosaicos. Por supuesto esto no quiere decir que sólo hay 17 tipos de azulejos. Lo que significa es que, a partir de un azulejo básico, sólo hay 17 formas posibles de formar un mosaico mediante giros, simetrías, etc. La demostración de que sólo hay 17 tipos se hizo a comienzos de este siglo, pero la Alhambra demuestra que los árabes ya los conocían todos hace 8 siglos.

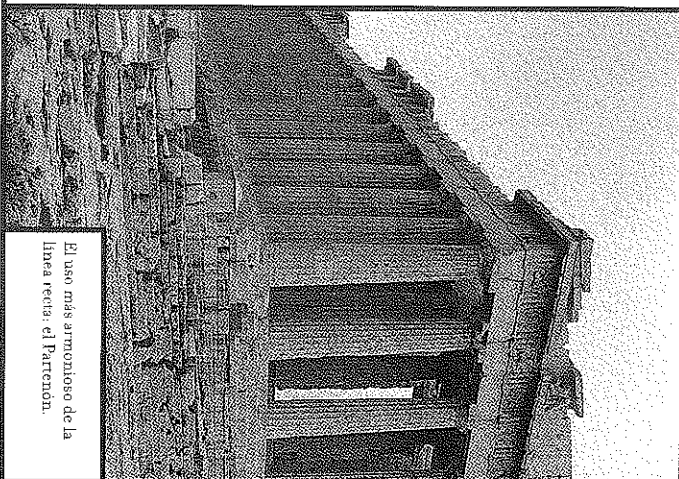
## El consejo de un

### santo

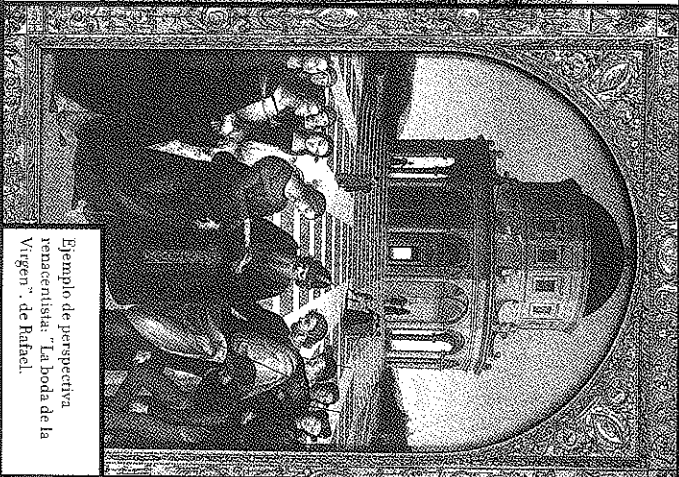
San Agustín, uno de los Padres de la Iglesia, escribía hacia el año 420: "Un buen cristiano debe evitar tener contacto con los matemáticos y con los impíos adivinadores". Toma nota.



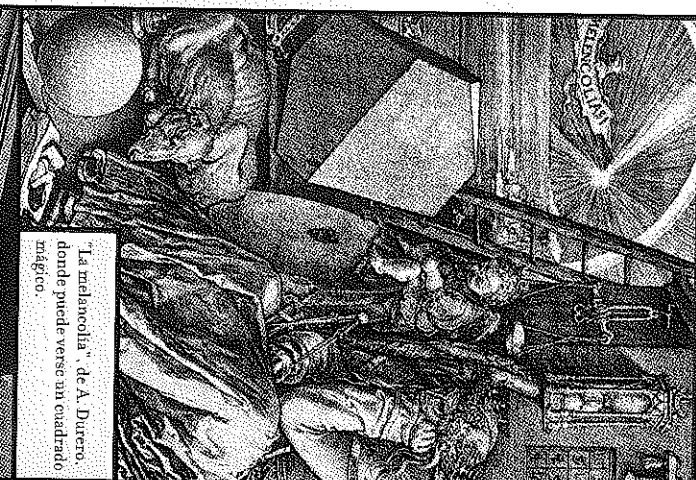
# Las matemáticas en el arte



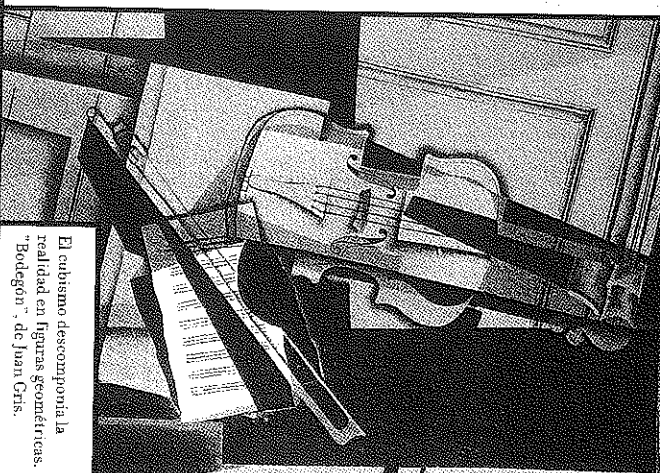
El uso más armonioso de la línea recta: el Partenon.



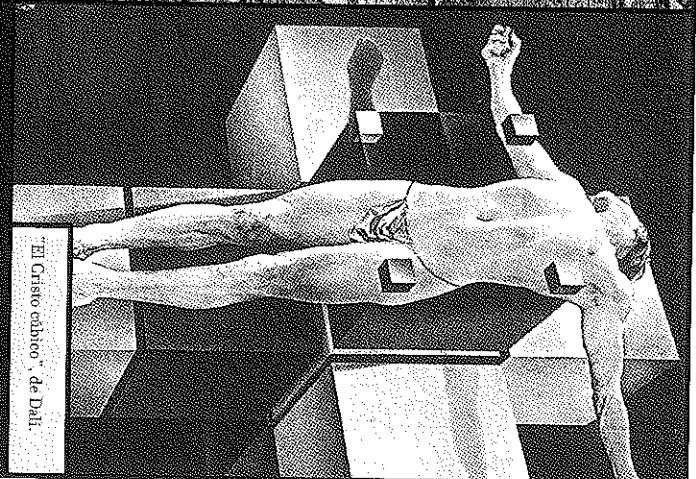
Ejemplo de perspectiva renacentista: "La boda de la Virgen" de Rafael.



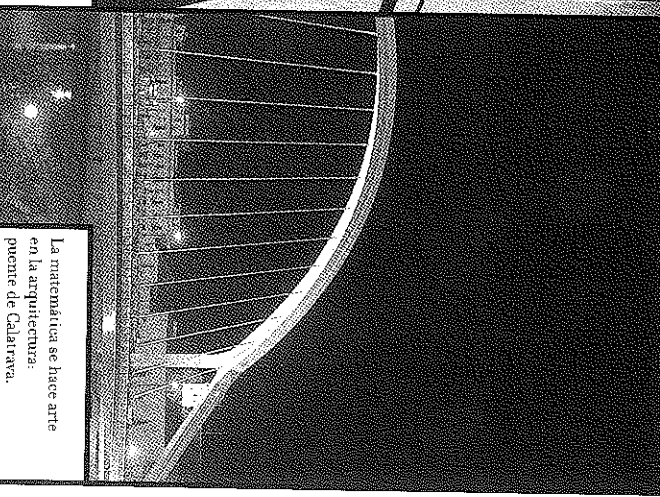
"La melancolía" de A. Durero, donde puede verse un cuadrado mágico.



El cubismo descompone la realidad en figuras geométricas. "Bodegón", de Juan Gris.



"El Cristo ohibio", de Dalí.



La matemática se hace arte en la arquitectura: puente de Calatrava.

# MATEMÁTICAS Y ¿HUMOR?

¿Cuántas veces puedes restar 7 de 83? ¿Y qué te queda luego?  
**RESPUESTA:** Puedo restarlo cuantas veces quiera. Y siempre me quedará 76.

**La mente de un matemático**

La mente de un matemático está compuesta de un 50% de fórmulas, un 50% de demostraciones y un 50% de imaginación.

**Razonamiento matemático**

Delante de una casa en la que acaban de entrar dos personas están un físico, un biólogo y un matemático. Pasa un tiempo, y de la casa salen ahora tres personas. Dice el físico:

—No contamos bien las personas que entraron.

—No —dice el biólogo—. Es que dentro se han reproducido.

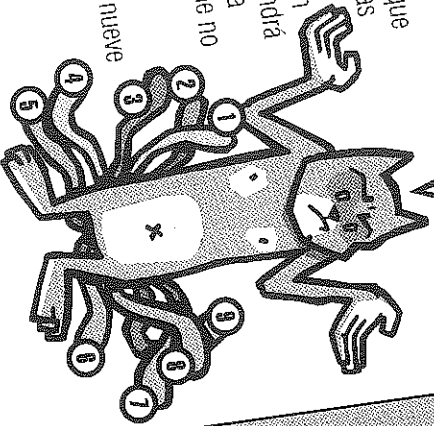
—Si ahora entra otra persona —concluye el matemático— dentro no habrá ninguna.

**Demostración**

Vamos a demostrar que un gato tiene 9 colas.

Demostración:

- a) Podemos afirmar que un gato con 8 colas no existe.
- b) Siendo así que un gato existente tendrá siempre una cola más que uno que no existe.
- c) Luego el gato existente tiene nueve colas.



**Lógico**

Un matemático que viaja en globo pierde en cierto momento la orientación y decide bajar de altura, acercarse a la tierra y preguntar qué tierras son aquellas.

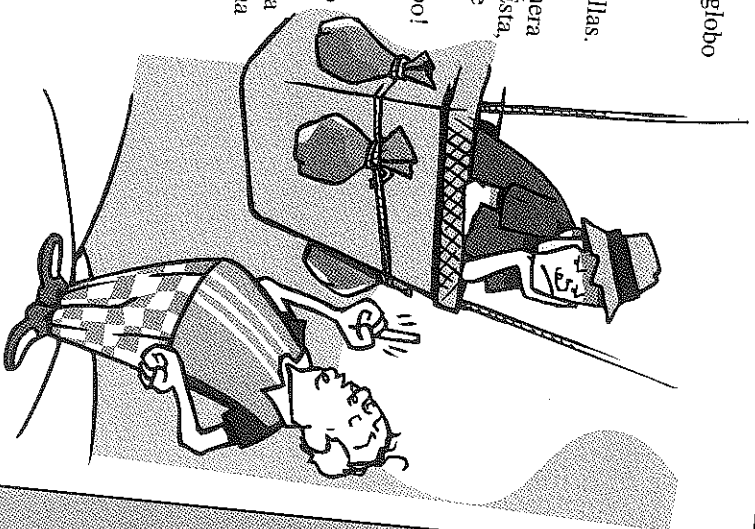
—¿Puede decirme dónde me encuentro? —pregunta a la primera persona que ve en un campo. Esta después de pensarlo un poco, le grita:

—Se encuentra usted en un globo! El del globo pregunta entonces:

—Es usted matemático, ¿verdad?

—Sí —contesta el otro—. ¿Cómo lo ha adivinado?

—Porque he visto que reflexionaba antes de contestar. Y porque me ha contestado una cosa lógica pero que no me sirve absolutamente para nada.



**paralelas... pero menos**

No es verdad que las líneas paralelas no se encuentren nunca. Se encuentran, pero lo llevan muy en secreto.

**Chistes y números**

Si le cuentas un chiste a un español, se reirá tres veces; una cuando se lo cuentes; otra, cuando lo recuerde más tarde, y otra cuando a su vez se lo cuente a otro. En cambio, un francés se reirá sólo dos veces: una cuando se lo cuentes y otra cuando lo entienda.

# CÓMO SE HACE UN SONETO

En 1617, y dentro de su comedia *La niña de plata*, Lope de Vega escribió esta poesía sobre cómo se escribe un soneto (por si no lo sabes, un soneto es una poesía que se compone de dos cuartetos -estrofas de cuatro versos cada una- y dos tercetos -estrofas de tres versos cada una-):

Un soneto me manda hacer Violante.

¡En mi vida me he visto en tal aprieto!

Catorce versos dicen que es soneto:  
burla burlando van los tres delante.

Yo pensé que no hallara consonante  
y estoy en la mitad de otro cuarteto;  
mas si me veo en el primer terceto  
no hay cosa en los cuartetos que me espante.

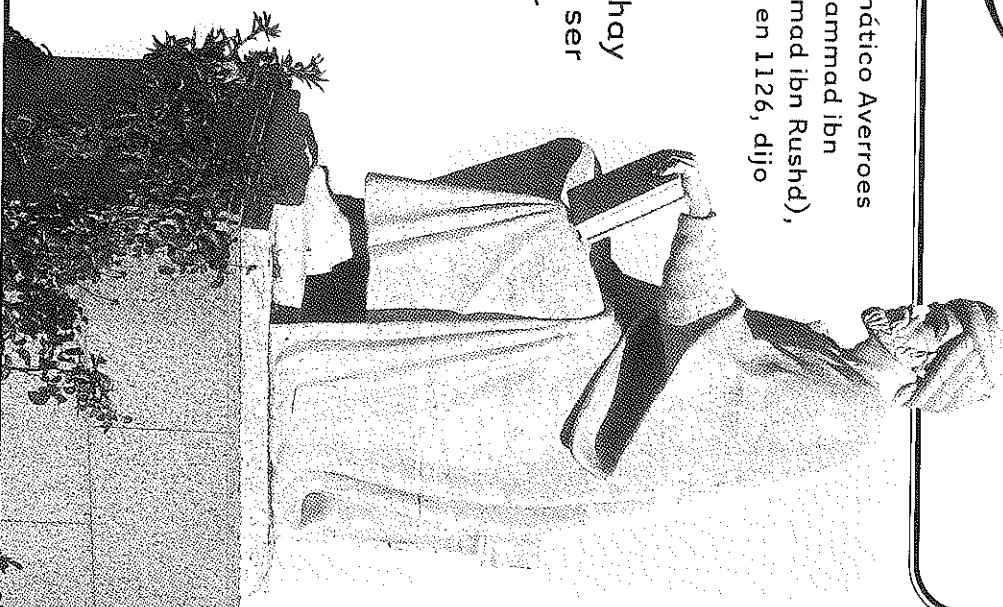
Por el primer terceto voy entrando  
y parece que entré con pie derecho,  
pues fin con este verso le estoy dando.

Ya estoy en el segundo, y aun sospecho  
que estoy los trece versos acabando:  
contad si son catorce... ¡y está hecho!

# La frase

El filósofo y matemático Averroes (Abu al-Walid Muhammad ibn Ahmad ibn Muhammad ibn Rushd), nacido en Córdoba en 1126, dijo en cierta ocasión:

“Cuatro cosas hay que no pueden ser escondidas por mucho tiempo: la ciencia, la estupidez, la riqueza y la pobreza”.



# EN ESTE LIBRO ENCONTRARÁS...

La peli

## El misterio del cuadrado mágico

Llega el día fatídico: el amigo de Nunn está a punto de ser expulsado de la Casa de la Sabiduría, en Bagdad. Nunn no ha dejado de darle vueltas toda la noche a aquel acertijo: ¿Cómo habrá que colocar las malditas baldosas? ¿Qué significa tener "un amigo y medio"?

## ¡Que la ciencia te acompañe!

En 20 preguntas te explicamos todo lo que una persona como tú no puede ignorar de un asunto tan moderno como las matemáticas.

1. ¿Por qué se odian las matemáticas?
2. ¿Qué tienen en común las matemáticas con la leche y los autobuses?
3. ¿Qué tienen en común las matemáticas con el arco iris y las mariposas?
4. ¿Hay matemáticas en Marte?
5. ¿Qué pintan las matemáticas en el arte?
6. ¿En cuántas partes se dividen las matemáticas?
7. ¿Es el álgebra una sopa de letras?
8. ¿Hay que pagar impuestos por la geometría?
9. ¿Para qué *no* sirve la estadística?
10. ¿Hay análisis que no sean de sangre u orina?
11. ¿Do you speak matemáticas?
12. ¿Se pueden comer las matemáticas con cuchillo y tenedor?
13. ¿Y si usamos también la cuchara?
14. ¿Saben matemáticas los ordenadores?
15. ¿Qué hemos hecho nosotros para merecer esto?
16. ¿Quién es tan loco como para dedicarse a esto?
17. ¿Son las matemáticas cosa de chicas?
18. Ya a partir de ahora, ¿qué?
19. ¿Cómo es la vida de un matemático?
20. ¿Qué hay que hacer para ser matemático?

## La mochila del sin-verguenza

Para los que no les da vergüenza saber ni temen que les llamen "sabelotodo", porque saben que saber es muy sabroso.

# SOLUCIONES A "¿QUÉ TE JUEGAS?"

## ¡ES DE LOCOS!

1 6 9 0 4 3 8 1 4 8  
 5 7 6 3 ① 0 3 5 ②  
 4 8 0 1 1 9 5 3 2 9 6  
 2 8 0 5 7 2 0 7 7  
 0 0 3 6 9 2 9 3 4 3  
 7 ⑥ 2 8 0 ⑤ 5 7 2 1  
 9 9 ⑥ 5 3 2 ④ 1  
 8 7 4 7 2 ④ 0 6 6 7  
 9 2 3 6 8 4 5 1 0 6  
 0 7 1 ⑥ ⑧ 3 7 5 1 9  
 2 ⑤ 4 5 6 7 3 8 8 2

## SOPITA DE LETRAS

C U A T R O M O D O X Z  
 Z U A T R O S C A D  
 O C H I R E S H I M  
 C E Z E I D S O D I  
 Z D O M C U E T R E  
 E C R T E O T A T E  
 I U C Z E V E U N D  
 M I S O C N I I C X I  
 I L H I H Z S I E T

## SOPITA DE NÚMEROS

"Sólo los hombres pueden entrar en la Casa de la Sabiduría."

## ¿A QUIÉN SE LE OCURRE?

1 6 9 ④ 4 3 ⑧ 1 4 8  
 5 7 6 3 1 0 3 5 2  
 4 8 0 1 1 9 5 3 2 9 6  
 2 0 8 0 5 7 2 0 7 7  
 0 0 3 6 9 2 9 3 4 3  
 7 ⑥ 2 8 0 5 5 7 2 1  
 9 9 6 5 3 ② 9 ① 1  
 8 7 4 7 2 ④ 0 6 6 7  
 9 2 3 6 8 4 5 1 0 6  
 0 7 1 ⑥ ⑧ 3 7 5 1 9  
 2 ⑤ 4 5 6 7 3 8 8 2

## NI SOBRA... NI FALTA

ANA - CARMÉN - LUCÍA - MARÍA - SOFÍA  
 ANGEL - JOSÉ - LUIS - MIGUEL - PEDRO

## FILL THE BLANKS

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 9  | 9  | 9  | 7  | 34 |
| 0  | 9  | 8  | 0  | 17 |
| 8  | 0  | 1  | 7  | 16 |
| 2  | 2  | 3  | 8  | 15 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 82 |

## ¡DOMINÓ!

"Un hombre deja en herencia 17 monedas para que se las repartan entre sus tres hijos."

## ACERTILLO

Es el SEIS (sí es, al revés).

Corresponde a la fotografía de Einstein de la página 77.

## La mochila del sin-verguenza

Para los que no les da vergüenza saber ni temen que les llamen "sabelotodo", porque saben que saber es muy sabroso.

# Saber

¡Hasta la próxima!

## Otros títulos de la colección

### Serie Azul

(No antes de los 7 años)

1. A ver, saca LA LENGUA (Hablando de la lengua oral)
2. ¡Me encantan LOS ANIMALES!
3. Erase una vez... (Introducción al tiempo y a la historia)
4. El mundo secreto de LOS NÚMEROS
5. ¡Qué mágico es MI CUERPO! (El cuerpo humano)
6. Descubre qué hay en EL CAMPO
7. ¡Cuidado con los DISEÑOS NATURALES!
8. ¡Aventurate en LAS CIVILIZACIONES!
9. LA TIERRA. ¡Qué pasada de planeta!

### Serie Naranja

(No antes de los 9 años)

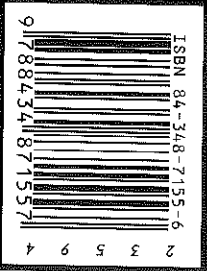
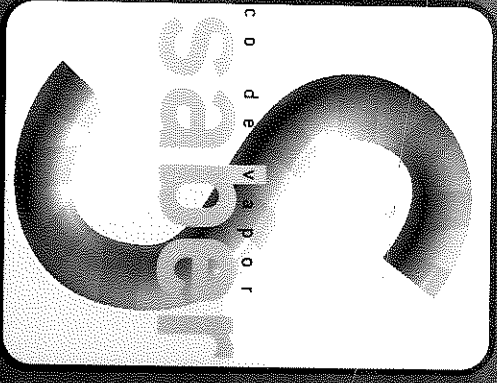
1. El enigma de LA ESCRITURA (Introducción a la lengua escrita)
2. ¿Qué sabes de LAS PLANTAS?
3. ¡Qué fuerte es LA MÚSICA!
4. EL INGLÉS. ¡qué fine que es!
5. Da gusto inventar (Los grandes inventos)
6. ¡Cómo me divierte EL DEPORTE!
7. LA COMUNICACIÓN nos une
8. ¡Cuánta GEOMETRÍA hay en tu vida!
9. Misión verde. ¡SALVA TU PLANETA!

### Serie Roja

(No antes de los 12 años)

1. ¡Qué locura, LA LITERATURA!
2. LA CIENCIA en un periquete
3. Por amor al ARTE (Introducción al arte)
4. Póngame un kilo de MATEMÁTICAS
5. La gran fiesta del UNIVERSO
6. LA INFORMÁTICA a todo mega
7. ¡Enchítrate a LA ENERGÍA
8. Aprende a APRENDER
9. Una dosis de salud (Introducción al mundo

Las matemáticas tienen mala fama... y eso es totalmente injusto. Todo es matemático: desde el número de los latidos de nuestro corazón hasta las órbitas de los planetas. Este libro quiere devolver a las matemáticas el puesto que se merecen en el corazón de la gente joven.



Este libro contiene:

- **UN RELATO**  
El misterio del cuadrado mágico. Los romanos en el siglo III. El 6. Esas de la matemática de Euclides. El descubrimiento de un secreto que atravesó por miles de siglos. El primer paso al infinito. El número que no tiene nombre. El símbolo de multiplicación que descubrió el genio de la matemática. ¿Qué es el infinito? ¿Qué es el número de los números? ¿Qué es el número de los números? ¿Qué es el número de los números?
- **20 PREGUNTAS Y RESPUESTAS**  
Con todo lo esencial que hay que saber sobre las matemáticas.
- **LA GARITA DEL SIN VERGÜENZA**  
Un montón de curiosidades completamente para los que no tienen ninguna vergüenza en saber más.
- **JUEGOS, NOTAS, TEST**

SERIE ROJA: No antes de los 12 años

Póngame un kilo de MATEMÁTICAS

# Póngame un kilo de MATEMÁTICAS

el barco de vapor **S** a b e r

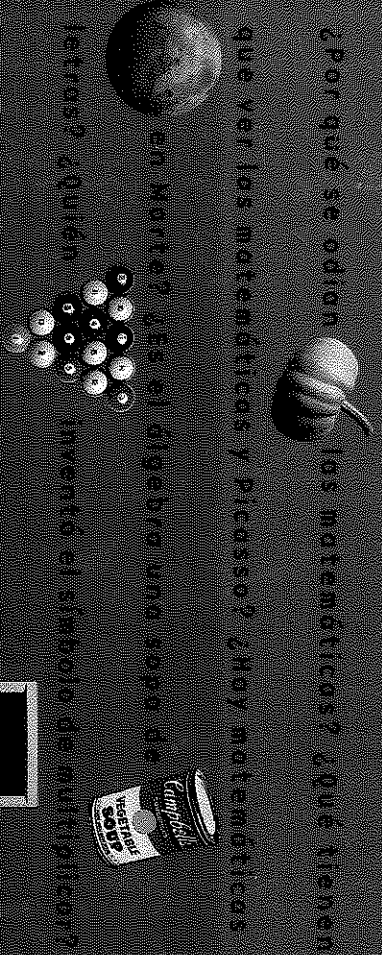
¿Por qué se odian los matemáticos? ¿Qué tienen

que ver las matemáticas y Picasso? ¿Hay matemáticas

en Marte? ¿Es el dígitro una sopa de

letreros? ¿Quién inventó el símbolo de multiplicación?

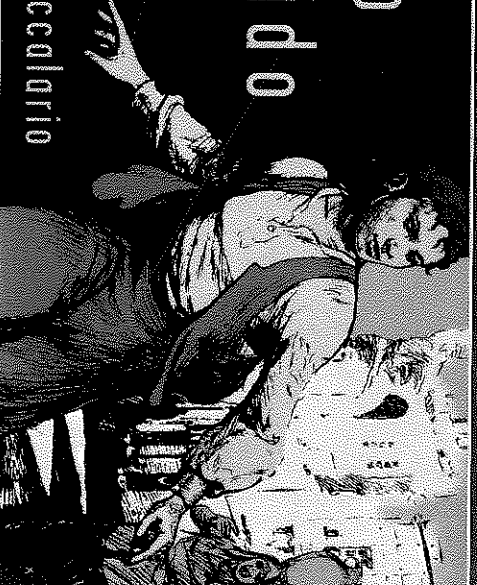
¿Sobran matemáticos los ordenadores?



LA PIELI Carlos Andradós Heranz

## El misterio del cuadrado mágico

Sm Pierdomenico Baccalario



JUEGOS, TEST, CURIOSIDADES Y... "LA GARITA DEL SIN-VERGÜENZA"